Kurz operačního výzkumu pro posluchače kombinovaného studia na FAST VUT v systému MOODLE

Jiří Novotný
Ústav matematiky a deskriptivní geometrie
Stavební fakulta VUT v Brně
Veveří 95, 602 00 Brno
e-mail: novotny.j@fce.vutbr.cz

Výuka v kombinovaném studiu si přímo žádá nové moderní přístupy, jen obtížně je zvládnutelná klasickými metodami. Naštěstí máme na fakultě k dispozici systém MOODLE. Jedná se o softwarový balík pro tvorbu výukových systémů a elektronických kurzů na internetu, který se neustále vyvíjí. Slovo MOODLE je původně zkratkou z Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment (modulární objektově orientované dynamické prostředí pro výuku).

Prostředky matematického modelování nacházejí stále častější uplatnění v celé řadě oblastí hospodářské sféry. Velmi časté jsou aplikace v podnikovém managementu, marketingu, finančním řízení a v logistických studiích. Vzhledem k možnému použití prostředků matematického modelování a k jejich významu by měl každý student ekonomického směru získat o těchto prostředcích aspoň základní přehled.

Předmět Operační výzkum je zařazen do 3. ročníku bakalářského studia na oboru Management stavebnictví. Úkolem předmětu je seznámit studenty se základními pojmy a metodami vybraných disciplín operačního výzkumu.

Kurz operačního výzkumu v systému MOODLE je po základních informacích o předmětu a poznámkách o organizaci studia rozdělen do pěti oddílů. V první kapitole Úvod a modely se charakterizuje podstata operačního výzkumu, popisují se fáze při aplikaci operačního výzkumu a klasifikují disciplíny operačního výzkumu. Druhá kapitola Grafy je věnována základům teorie grafů a sítí. Je zde zavedena terminologie, formulují se v praxi nejfrekventovanější úlohy a předvádí jejich řešení. Řízení projektů a kalendářní plánování prací je vyčleněno do třetí kapitoly Projekty. Čtvrtá kapitola pojednává o Lineárním programování. Rozebírají se obecné, speciální a celočíselné úlohy. Teorii front a hromadné obsluze je věnována kapitola pátá Fronty.

Za každou kapitolou je pro potřeby samostatné práce studentů připojen soubor otázek a cvičení.

Posluchači mají v systému MOODLE připraven seznam studijních materiálů a činností, jimiž v průběhu kurzu procházejí a jejichž pomocí se učí.

V každém oddílu mají tyto úkoly:

- Prostudujte si učební text. Jeho pochopení si ověřte vyřešením co největšího počtu příkladů k procvičování.

- Promyslete si odpovědi na otázky ze seznamu otázek v části Otázky ke zkoušce.

- Projděte si vzorový příklad a podle něj vypracujte v Excelu svou individuální úlohu.

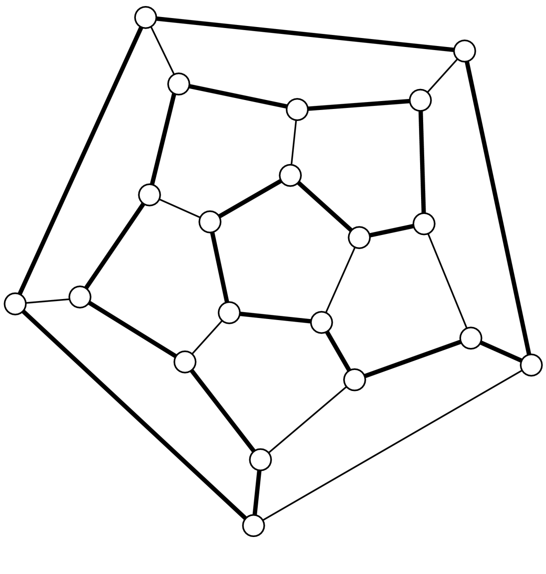
Předností systému MOODLE jsou rozsáhlé možnosti sledování a zaznamenávání činnosti každého studenta kurzu. Zejména plnění zadaných individuálních úkolů, jejichž přidělení je zprostředkováno Rozdělovníkem individuálních úloh. Učiteli se odesílá krátké e-mailové upozornění, když studenti odevzdají nový úkol nebo když již odevzdaný úkol aktualizují. Většinu činností v kurzu lze známkovat (bodovat). Lze pořádat i ankety a chatovat.

Systém MOODLE umožňuje provádět rozmanité testování. Tomu bych se chtěl věnovat v příštím běhu kurzu operačního výzkumu v nástávajícím školním roce.

Následuje ukázka z učebního textu v části Grafy.

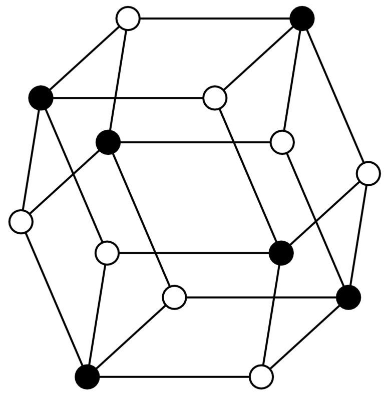
Graf je *hamiltonovský*, jestliže v něm existuje kružnice (cyklus) procházející všemi uzly grafu. Název je podle Williama R. Hamiltona, který v polovině 19. století připojil ke každému z dvaceti vrcholů pravidelného dvanáctistěnu, jehož povrch je tvořen jedenácti shodnými pětiúhelníky, jméno některého světového velkoměsta a nabídl výrobci hraček hlavolam, jehož řešením je cesta kolem světa po hranách dvanáctistěnu, během níž se vyjde z některého města, každým z dalších měst se projde právě jednou a nakonec se vrátí do výchozího města.

Grafová formulace hlavolamu: Je dán graf o 20 uzlech (vrcholy dvanáctistěnu), hrany grafu (je jich 30) odpovídají hranám dvanáctistěnu; tedy jde o pravidelný graf 3. stupně na dvaceti uzlech. Úkolem je v tomto grafu najít kružnici procházející všemi uzly (tzv. hamiltonovskou kružnici). Řešení je na obrázku 1.



Obrázek 1: Hamiltonův hlavolam

Je však zřejmé, že existují grafy, které hamiltonovské nejsou. Takové jsou například všechny stromy, protože v nich neexistuje žádná kružnice, tím méně hamiltonovská kružnice. Dále například graf vrcholů a hran rombického dodekaedru zobrazený na obrázku 2 také není hamiltonovský.
Na grafu je 6 černých a 8 bílých vrcholů, které jsou umístěny tak, že se na každé hraně střídají. Proto sestrojit cestu takovou, aby přechod od vrcholu k vrcholu

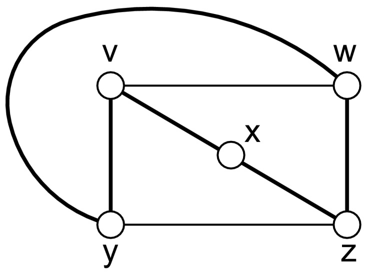


Obrázek 2: Rombický dodekaedr

byl doprovázen změnou barvy není možný. K tomu by bylo potřeba, aby černých a bílých vrcholů byl stejný počet.

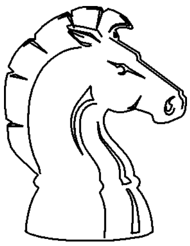
Platí však tato tvrzení: Úplný graf s více než dvěma vrcholy je vždy hamiltonovský. Jestliže pro graf s n uzly ($n \geq 3$) platí $st\,u + st\,v \geq n$ pro každé dva různé uzly, které nejsou spojeny hranou, pak je hamiltonovský. (Dostatečná podmínka, aby byl graf hamiltonovský; nutná podmínka není známa.)

Například pro hranami nespojené dvojice uzlů grafu na obrázku 3 platí: $st\,x + st\,y = 2 + 3 = 5$, $st\,x + st\,w = 2 + 3 = 5$, $st\,v + st\,z = 3 + 3 = 6$. Protože $n = 5$, je tento graf hamiltonovský.

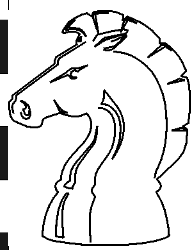


Obrázek 3: Hamiltonovský graf

Příklad: Může jezdec projít šachovnici tak, aby každým polem prošel právě jednou a posledním tahem se vrátil na výchozí pole? Grafová formulace: Uvažujme graf, jehož uzly jsou jednotlivá pole na šachovnici. Dva uzly jsou spojeny hranou, když jezdec může skočit z jednoho pole na druhé. Úkolem je v tomto grafu najít hamiltonovskou kružnici. Je známo, že popsaný graf je hamiltonovský. Dodnes se však neví, kolik hamiltonovských kružnic v tomto grafu vlastně existuje. Nakreslit daný graf nemá smysl, neboť diagram by byl značně nepřehledný. Hamiltonovskou kružnici popíšeme tak, že do polí schematicky znázorněné šachovnice vepíšeme čísla $1, 2, \ldots, 64$ v takovém pořadí, v jakém jimi bude jezdec postupně procházet. Řešení, které uvádíme, popsal v roce 1862 šachista Karl Jänisch. Je mimořádně důvtipné tím, že je současně magickým čtvercem – součet čísel v každém řádku a v každém sloupci je 260.



50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18



Některé grafové problémy

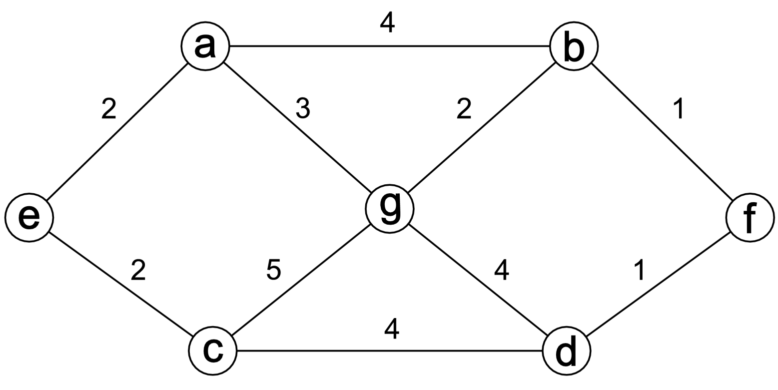
Problém čínského listonoše

Listonoš musí denně projít všechny ulice svého obvodu a vrátit se na místo, odkud vyšel. Jde mu o to, aby tato cesta byla co nejkratší. Obvod je souvislý ohodnocený graf, jehož hrany (ulice) jsou ohodnoceny délkou, uzly jsou rozcestí. Hledá se nejkratší uzavřený sled, který obsahuje alespoň jednou každou hranu grafu.

Listonoš to má nejsnazší, jestliže graf je eulerovský (všechny uzly mají sudý stupeň). Pak může procházet obvodem tak, jako by kreslil graf jedním tahem. Každou ulici projde právě jednou a nakonec se vrátí na to místo, odkud vyšel. Taková cesta je zřejmě ze všech možných cest nejlepší, neboť žádnou ulicí neprochází vícekrát. Neexistuje-li v grafu uzavřený eulerovský tah (tj. v grafu jsou i uzly lichého stupně), pak uzavřený sled pokrývající všechny hrany musí procházet některými hranami vícekrát. Dá se ušetřit minimalizací vícekrát procházených hran (metodou nejlevnějšího párování). Například pro graf na obrázku 4 je řešení:

$a - b - f - d - f - b - g - d - c - g - a - e - c - e - a,$

$4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 4 + 4 + 5 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 34.$



Obrázek 4: Obvod čínského listonoše

Možná, že je vám divné, proč jde zrovna o problém čínského listonoše. Copak u nás nemají listonoši stejné problémy? Výraz „problém čínského listonoše“ vznikl ne zcela přesným překladem z angličtiny, ale vžil se natolik, že se stále používá. Ve skutečnosti však jde o „čínský problém listonoše“, protože jeho autorem je čínský matematik Kwan.

Užití úlohy: optimalizace automatického kreslení výkresů, map na počítači (perový nebo řezací plotr), svoz odpadu z městských ulic, trasy čištění vozovek.

Literatura

[1] A. H. Taha. *Operations research. An introduction.* Macmillan Publishing Company, New York, 1989.

[2] http://moodle.cz, moodle.org