

# METODY VNITŘNÍCH BODŮ PRO NEKONVEXNÍ ÚLOHY NELINEÁRNÍHO PROGRAMOVÁNÍ

Ladislav Lukšan, Ctirad Matonoha, Jan Vlček  
Ústav informatiky AVČR, Pod vodárenskou věží 2, 182 07 Praha 8  
a Technická Universita Liberec, Hálkova 6, 461 17 Liberec

**Abstrakt** Příspěvek obsahuje přehledný úvod do problematiky metod vnitřních bodů pro řešení úloh lineárního a nelineárního programování. Je zaměřen na numerické metody pro řešení nekonvexních úloh nelineárního programování NP tvaru

$$F(x) \rightarrow \min, \quad c_I(x) \leq 0, \quad c_E(x) = 0,$$

kde  $F : R^n \rightarrow R$ ,  $c_I : R^n \rightarrow R^{m_I}$ ,  $c_E : R^n \rightarrow R^{m_E}$  jsou dvakrát spojitě diferencovatelné funkce. Tato úloha se převede na posloupnost úloh IP tvaru

$$\begin{aligned} F(x) - \mu e^T \log(S_I)e &\rightarrow \min, \\ c_I(x) + s_I &= 0, \\ c_E(x) &= 0, \end{aligned}$$

kde  $s_I > 0$  je vektor pomocných proměnných,  $e$  je vektor obsahující jednotkové prvky a  $S_I = \text{diag}(s_i : i \in I)$  (předpokládáme, že  $\mu \rightarrow 0$ ). Metody vnitřních bodů jsou založeny na použití Newtonovy metody pro řešení systému nelineárních rovnic

$$\begin{aligned} g(x, u) &= 0, \\ S_I U_I e - \mu e &= 0, \\ c_I(x) + s_I &= 0, \\ c_E(x) &= 0, \end{aligned}$$

udávajících nutné KKT (Karush, Kuhn, Tucker) podmínky pro extrém úlohy IP. Řešením indefinitního systému lineárních rovnic (Newtonova systému)

$$\begin{bmatrix} G & A_I & A_E \\ A_I^T & -U_I^{-1}S_I & 0 \\ A_E^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta u_I \\ \Delta u_E \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} g \\ c_I + \mu U_I^{-1}e \\ c_E \end{bmatrix},$$

kde

$$g = g(x, u), \quad G = G(x, u) = \nabla^2 f(x) + \sum_{i \in I \cup E} u_i \nabla^2 c_i(x),$$

získáme směrové vektory  $\Delta x$ ,  $\Delta s$ ,  $\Delta u$ . Pak se pomocí vhodné pokutové funkce nalezne délka kroku  $\alpha$  a určí nové přiblížení

$$x^+ = x + \alpha \Delta x, \quad s^+ = s + \alpha \Delta s, \quad u^+ = u + \alpha \Delta u.$$

Nakonec se aktualizuje hodnota bariérového parametru  $\mu$ . V příspěvku je nejvíce pozornosti věnováno řešení Newtonova systému pomocí metody sdružených gradientů s indefinitním předpokmáněním. Jsou uvedeny výsledky autorů publikované v několika časopiseckých člancích. Na závěr je demonstrována účinnost popsaných metod pomocí rozsáhlých numerických testů.

### Použitá publikace

- Lukšan L., Vlček J.: Indefinitely Preconditioned Inexact Newton Method for Large Sparse Equality Constrained Nonlinear Programming Problems. Numerical Linear Algebra with Applications 5 (1998) 219-247.
- Lukšan L., Matonoha C., Vlček J.: Interior point method for nonlinear non-convex optimization. Numerical Linear Algebra with Applications 11 (2004) 431-453.
- Lukšan L., Matonoha C., Vlček J.: Interior point methods for large-scale nonlinear programming. Optimization Methods and Software 20 (2005) 569-582.