

# Vývoj numerického 2D-ADT transportního modelu plavenin

Jiří Lindner

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, Katedra hydrotechniky  
e-mail: LindnerJiri@seznam.cz

## Abstrakt

V tomto příspěvku je popsán úspěšný vývoj nového simulačního prostředku pro modelování transportu drobných plaveninových částic (popř. znečištění) ve vodních tocích. Modelový prostředek byl pojmenován 2D-ADT (dvojdimenzionální - advektivně difúzní transportní) model a jedná se o transportní model s integrovanou sedimentační a erozní složkou.

2D-ADT model je založen na advektivně difúzní rovnici (1), která byla řešena metodou konečných diferencí, explicitním QUICKEST schématem. Programově byl 2D-ADT model vytvořen v programovacím jazyce C# a pro vynesení výstupů z tohoto modelu bylo naprogramováno příslušné rozhraní k postprocesoru, užívaném na pracovišti Katedry hydrotechniky, ČVUT v Praze.

## 1 Provedené simulace

Prvním cílem této práce proto bylo nejdříve nalezení optimálního řešení 2D advektivně difúzní rovnice, dle kritérií přesnosti, stability a náročnosti řešení, které by bylo možno posléze aplikovat v novém simulačním numerickém prostředku pro modelování transportu drobných plaveninových částic ve vodních tocích. Pro řešení 2D úloh šíření látky v toku byla vybrána jako nejvhodnější metoda konečných diferencí se dvěma diferenčními schémata. Jako první byl problém řešen explicitním **Upwind** schématem, následovalo řešení za pomoci rovněž explicitního **QUICKEST** schématu. **2D advektivně difúzní (2D A-D) rovnice v otevřených korytech** pro transport lze psát v následujícím tvaru [2]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - v_x \frac{\partial c}{\partial x} - v_y \frac{\partial c}{\partial y} \quad (1)$$

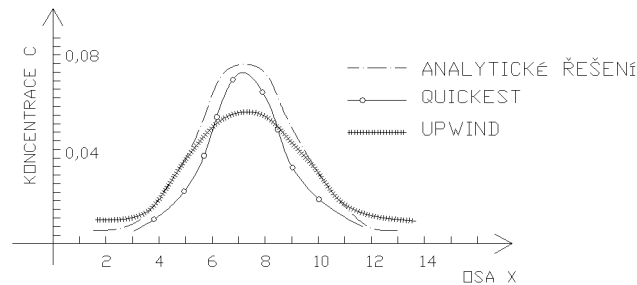
$c(x,y,t)$	koncentrace
$D_x, D_y,$	difúzní koeficient
$v_x, v_y, (u, v)$	rychlosti ve směru $x, y$

Pro posouzení a porovnání těchto explicitních schémat byl sestaven jednoduchý numerický model, na kterém byly posléze provedeny základní simulace transportu látek při rovnoměrném ustáleném proudění. Za základ modelu byla navržena čtvercová síť, pole s 625 uzly, 25 x-směru a 25 y-směru, s jednorázovým nadávkováním znečištění  $c(x,y,t) = 1 \text{ kg m}^{-2}$  v centru sítě. Při simulaci byly použity koeficienty podélné a příčné difúze  $D_x, D_y = 0.2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Celková doba simulace byla při 10 časových krocích rovna 25 s.

Pro každé diferenční schéma byly provedeny dvě sady simulací. Jednak bylo modelováno šíření při nulových rychlostech  $u$  a  $v$  pro nasimulování transportu látek pouze difúzní složkou šíření. Posléze byly provedeny simulace transportu za nenulových rychlostí, v tomto případě za rychlostí kladných ve směru  $x$  a  $y$ . Zde potom transport probíhal za přispění jak advektivní, tak difúzní složky transportu. Na závěr byl proveden analytický výpočet pro ověření obou explicitních schémat.

## 2 Zhodnocení

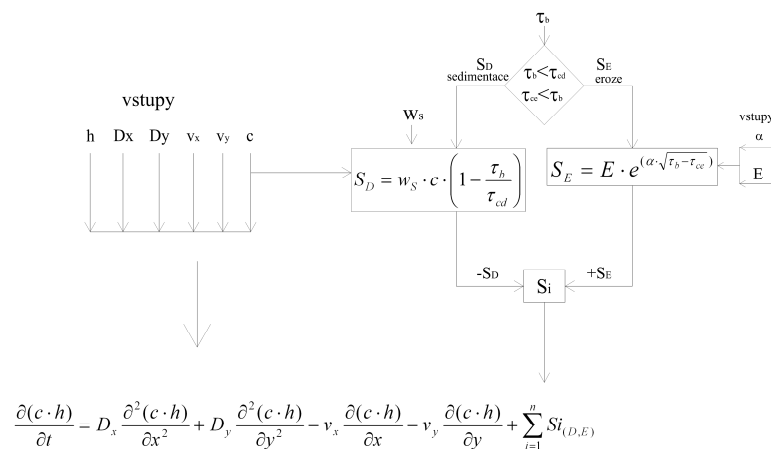
Z dosažených výsledků a grafického znázornění advektivně difúzního transportu na **Grafu 1** je dostatečně průkazné, že pro řešení tohoto a podobných případů je vhodnější explicitní QUICKEST schéma, které se více přibližuje analytickému řešení. Vhodné je jak svou dostatečnou přesností výpočtu (neprojevuje se u něj v takové míře numerická difúze jako u Upwind schématu), tak především svou nízkou náročností (v porovnání s implicitními schématy). Z těchto důvodů má tato metoda nejlepší předpoklady na využití v nově vznikajícím simulačním prostředí pro modelování transportu drobných plaveninových částic ve vodních tocích nazvaného 2D-ADT model.



**Graf 1:** Znáornění postupu koncentrace v ose  $x$  pro schémata Upwind, QUICKEST a pro analytické řešení.

## 3 Sestavení algoritmu 2D-ADT transportního modelu

Z výše popsaného výzkumu a příslušných vzorců [1], [2], [3] byl sestaven algoritmus pro řešení 2D advektivně difúzního transportu látek v tocích viz. **Obr. 5**, který byl také použit v nově vyvinutém 2D-ADT transportním modelu.



**Obr. 5:** Řešící algoritmus pro 2D-ADT transportní model.

## Reference

- [1] Leonard, B. P., 1979. *A Stable Accurate Convective Modelling Procedure Based On Quadratic Upstream Interpolation*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 19, pp 59-98.
- [2] Lindner, J., 2006. *Two Dimension Equations (parabolic) for diffusion transport*. Heriot-Watt University of Edinburgh, UK
- [3] Krone, R. B, Mehta, A. J.: *Flume studies on the transport of sediment in estuarine shoaling processes*, Hydraulik Engineering Laboratory, University of Berkeley, California, USA, 1962