

Sestrojení křivek navlhání s využitím programu Maple

Aplikovaná matematika ve stavební praxi

Jana Bulantová, Jan Škramlík

FAST VUT Brno

Abstrakt:

Voda je obsažena téměř ve všech stavebních materiálech, kam se dostává jak při výrobě, tak při užívání stavby. Vzhledem k jejím destrukčním účinkům je třeba její obsah kontrolovat a k tomu je nezbytná znalost transportu vlhkosti. Jedním z důležitých parametrů, které charakterizují přenos vlhkosti v kapilárně porézních hmotách je součinitel vlhkostní vodivosti. Za účelem jeho stanovení pro vybrané stavební materiály Ing. Škramlík na ÚPST FAST experimentálně sestavil měřicí linku na principu sledování proudění kapaliny v inertních materiálech při využití známých vlastností elektromagnetického mikrovlnného záření v interakci s vodou, obsaženou ve hmotě. Řešení této problematiky předpokládá spolupráci s ÚMAT FAST uplatněním aplikované matematiky v praxi.

1. Součinitel vlhkostní vodivosti [3]

Pro výpočet součinitele vlhkostní vodivosti se běžně uplatňuje metoda Matanova, kdy postačí znát jednu křivku navlhání, čas od počátku experimentu a souřadnice průběhu vlhkostního čela, odpovídající této křivce. Matanova metoda využívá Boltzmannovu transformaci, kterou je možno použít v případě krátkých časů, kdy se ještě neuplatní okrajová podmínka na suchém konci vzorku. Výhoda Boltzmannovy transformace spočívá v tom, že převádí řešení parciální diferenciální rovnice spojením rovnice kontinuity a Lykovovy rovnice pro hustotu toku na nelineární difuzní rovnici.

V teoretickém modelu, který uvádí jako hnací sílu pro přenos vlhkosti pouze gradient vlhkosti v kapilárně porézních látkách za izotermních podmínek, se vodivost vlhkosti, analogicky s rovnicí pro vedení tepla, obvykle popisuje nelineární rovnicí difuzního typu spojením rovnice kontinuity a Lykovovy rovnice pro hustotu toku vlhkosti:

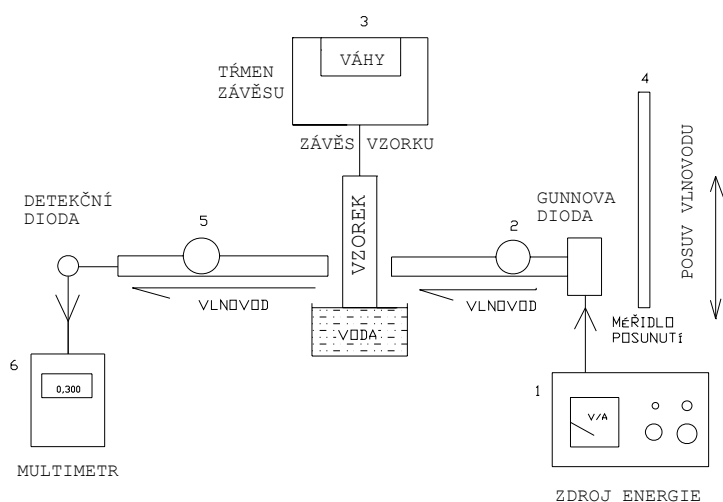
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (\kappa(u) \nabla u) \quad (1)$$

kde	u	je vlhkost	$[-]$
	t	časový interval	$[s]$
	x	souřadnice	$[m]$
	κ	součinitel vlhkostní vodivosti	$[m \cdot s^{-1}]$
	∇	gradient v tomto případě vlhkosti	$[m^{-1}]$

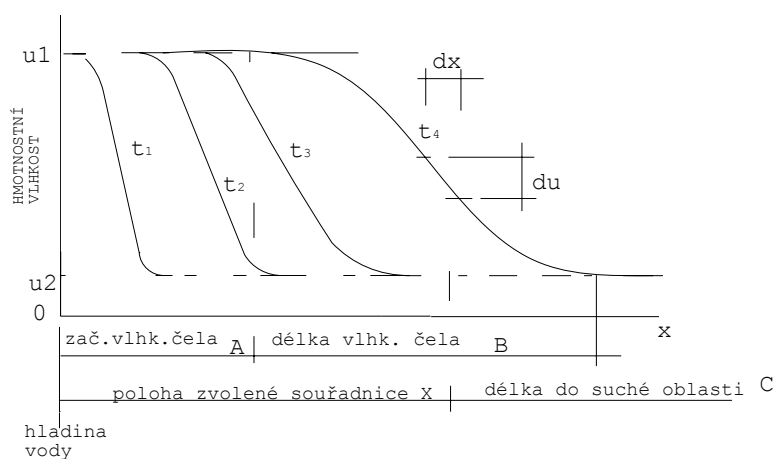
2. Měřicí linka

Měřicí mikrovlnná linka, znázorněná schematicky na obr.č.1, má uspořádání tak, že vzorek materiálu je umístěn mezi vlnovody ve volném prostoru a konec vzorku materiálu je v kontaktu s hladinou volné vody. Základním předpokladem pro vytvoření co nejpravděpodobnější simulace stavu pro sledování transportu vlhkosti v materiálu, to je pro sestavení potřebné měřicí linky, bylo jednak uplatnění teoretických poznatků při respektování počátečních a okrajových podmínek, a jednak stanovení postupu při získávání a zpracování měřených veličin.

Délka vzorku je ve srovnání se zbývajícími dvěma rozměry řádově větší, takže na experiment můžeme pohlížet jako na jednorozměrný případ.



Obr. 1. Schéma návrhu měřicí linky



Obr. 2. Vlhkostní profily $u(x)$ v časových intervalech t_x při navlhání měřeného vzorku s vyznačením počáteční a okrajové podmínky pro stanovení součinitele vlhkostní vodivosti

Na obr.č.2 jsou znázorněny křivky navlhání v časových intervalech t_1 až t_4 a vyjádření počátečních a okrajových podmínek pro výpočet součinitele vlhkostní vodivosti. Na ose x jsou délky jako souřadnice, a to ve vzdálenosti od kontaktu měřeného vzorku s volnou hladinou : A je souřadnice začátku a B je souřadnice délky vlhkostního čela. C je souřadnice do suché oblasti $\sim \infty$. Na svislé ose jsou hodnoty hmotnostní vlhkosti u_1 je relativní a u_2 nasycená vlhkost měřeného vzorku materiálu.

3. Popis výpočtu:

Postup pro určení křivek navlhání se skládá ze tří kroků:

- Určení závislosti mezi množstvím záření, které projde daným vzorkem a obsahem vlhkosti ve vzorku:

V následujících tabulkách jsou uvedeny hodnoty naměřené pro šest různých vzorků (materiál keramický pálený střep, nastavené záření 450mV):

vzorek 1										
záření (mV)	38	60	94	197	265	336	383	424	435	440
vlhkost (%)	18.85	16.00	14.64	9.26	6.03	3.68	2.60	1.73	1.13	0.4

vzorek 2										
záření (mV)	33	45	103	143	195	250	273	301	343	425
vlhkost (%)	17.60	15.05	13.15	9.54	6.87	4.77	3.81	3.06	2.35	1.4

vzorek 3										
záření (mV)	32	59	80	124	187	230	279	301	360	420
vlhkost (%)	18.35	15.93	11.58	10.38	7.18	4.80	3.65	2.95	2.18	1.4

vzorek 4									
záření (mV)	36	70	88	144	197	251	285	331	435
vlhkost (%)	17.48	15.06	13.19	9.60	7.08	4.90	3.86	2.42	0.7

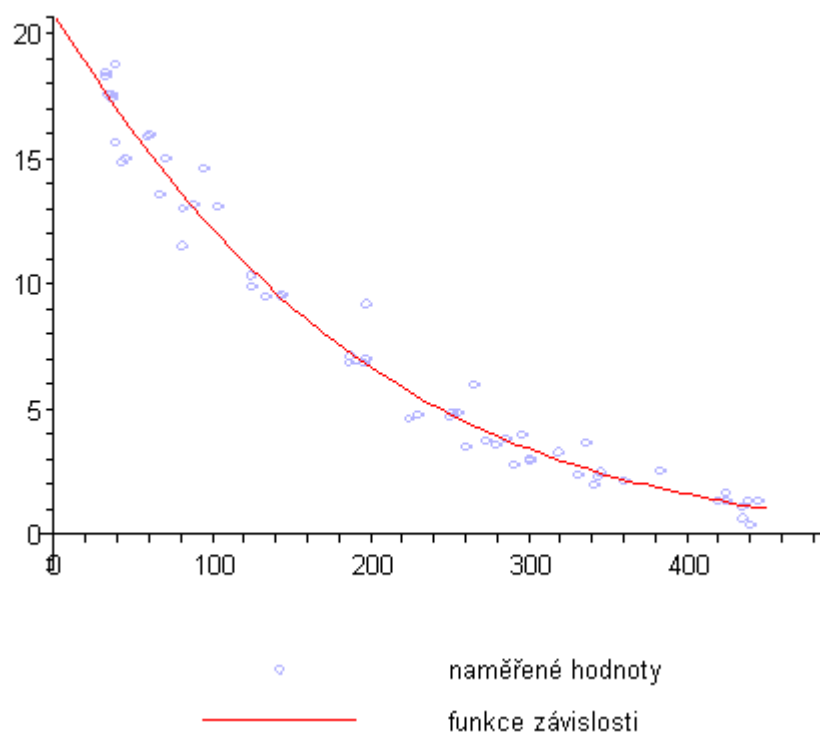
vzorek 5										
záření (mV)	32	38	66	125	186	224	260	290	341	445
vlhkost (%)	18.48	15.73	13.65	9.93	6.88	4.66	3.52	2.80	2.05	1.4

vzorek 6										
záření (mV)	36	42	81	134	191	255	296	318	345	439
vlhkost (%)	17.62	14.94	13.06	9.52	6.95	4.93	3.99	3.34	2.54	1.4

Tab. 1. Naměřené hodnoty (závislost vlhkost –záření)

Z hodnot naměřených pro 6 vzorků byla metodou nejmenších čtverců v programu Maple stanovena rovnice funkce vyjadřující závislost vlhkosti u na množství záření z , které projde vzorkem:

$$u = -1.342033167 \cdot 10^{-7} z^3 + 0.0001936510773 z^2 - 0.1038753765 z + 20.78641097$$



Obr. 3. Závislost vlhkosti u na množství záření z , které prochází vzorkem

- Určení závislosti mezi množstvím záření, které prochází vzorkem, na vzdálenosti od zdroje vlhkosti:

Z hodnot naměřených pro tři různé časy (10, 20, 30 min.) od začátku navlhání byly stanoveny metodou nejmenších čtverců v programu Maple rovnice závislosti záření z na vzdálenosti od zdroje vlhkosti x :

Vzorek C01

$$z_{10} = 351628808.1x^4 - 44819350.86x^3 + 1664476.757x^2 - 8156.829195x + 2.964486146$$

$$z_{20} = 274311438.3x^4 - 40235433.35x^3 + 1815352.482x^2 - 17809.74743x + 29.24692066$$

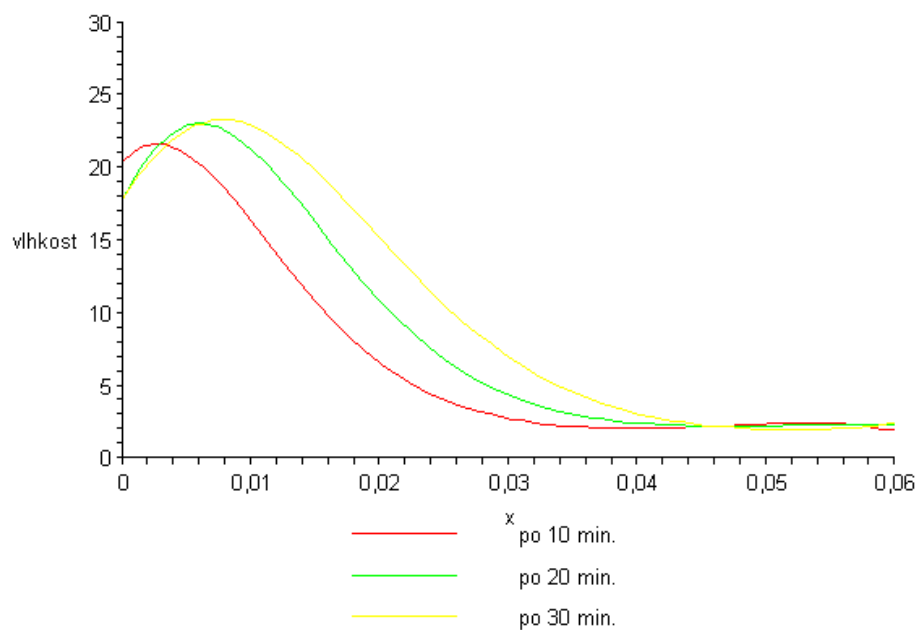
$$z_{30} = 621621193.02x^4 - 16736345.45x^3 + 1107438.297x^2 - 14377.52465x + 29.45082869$$

vzdálenost od zdroje vlhkosti (m)	množství záření (mV) (po 10 min. navlhání)	množství záření (po 20 min. navlhání)	množství záření (po 30 min. navlhání)
0	4	3	2
0.00333	4	6	2
0.00666	8	12	6
0.01	21	14	11
0.01333	-	16	14
0.01666	137	29	13
0.02	216	-	14
0.02333	278	148	30
0.02666	315	224	156
0.03	333	282	238
0.03333	343	323	-
0.03666	350	341	303
0.04	357	351	341
0.04333	361	355	356
0.04666	363	354	354
0.05	362	352	351
0.05333	361	354	352
0.05666	364	359	359
0.06	368	366	368

Tab. 2. Naměřené hodnoty pro vzorek C01 (závislost záření – vzdálenost od zdroje)

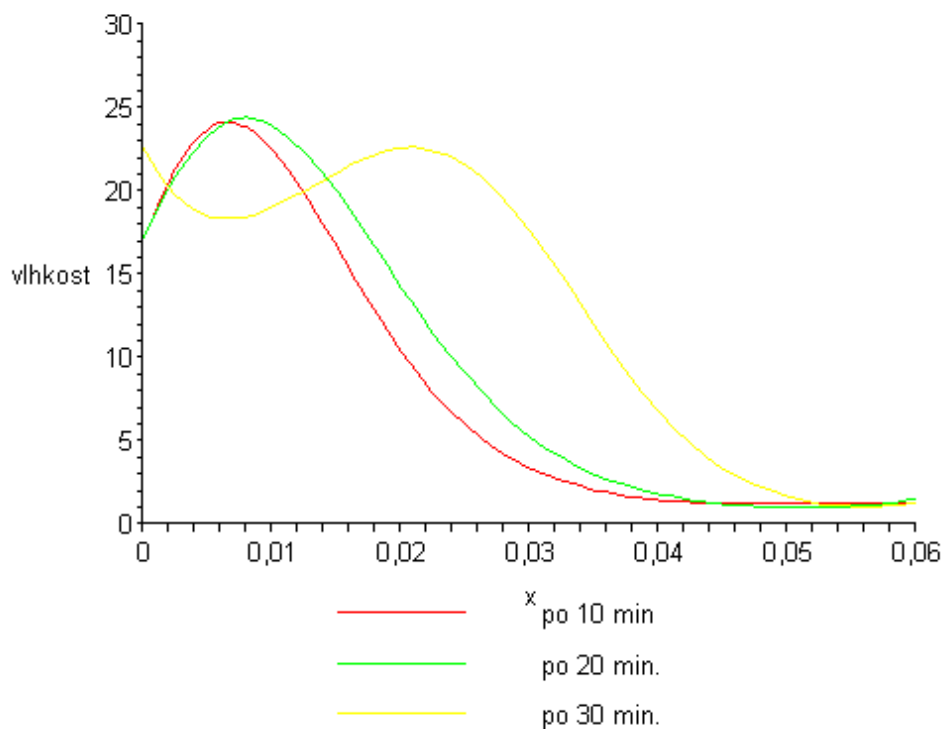
- Sestrojení křivek navlhání:

Sestrojení grafů funkcí vyjadřujících závislost obsahu vlhkosti na vzdálenosti od zdroje vlhkosti ,tj. grafy složených funkcí $u_{10} = f(z_{10}(x))$, $u_{20} = f(z_{20}(x))$, $u_{30} = f(z_{30}(x))$

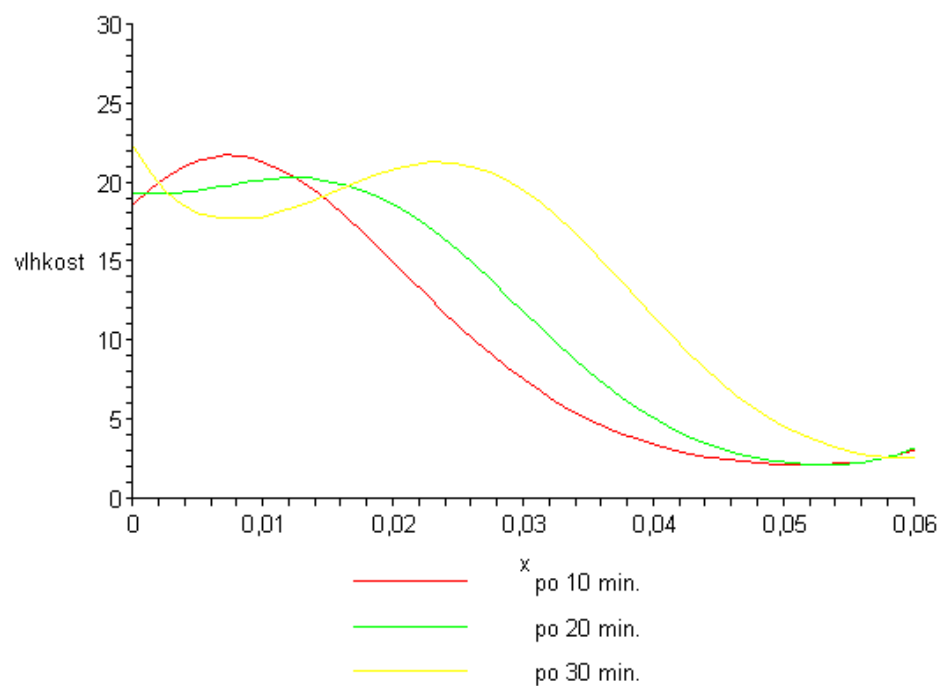


Obr. 4. Křivky navlhání pro vzorek C01 (keramický pálený střep)

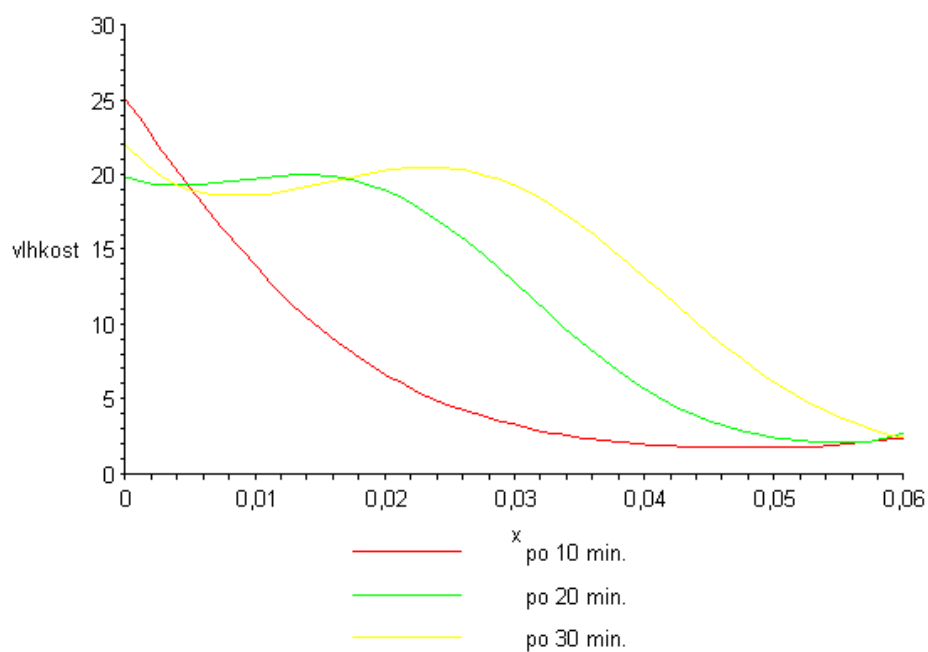
Obdobně určíme křivky navlhání i pro další vzorky – jejich grafy jsou uvedeny v následujících obrázcích:



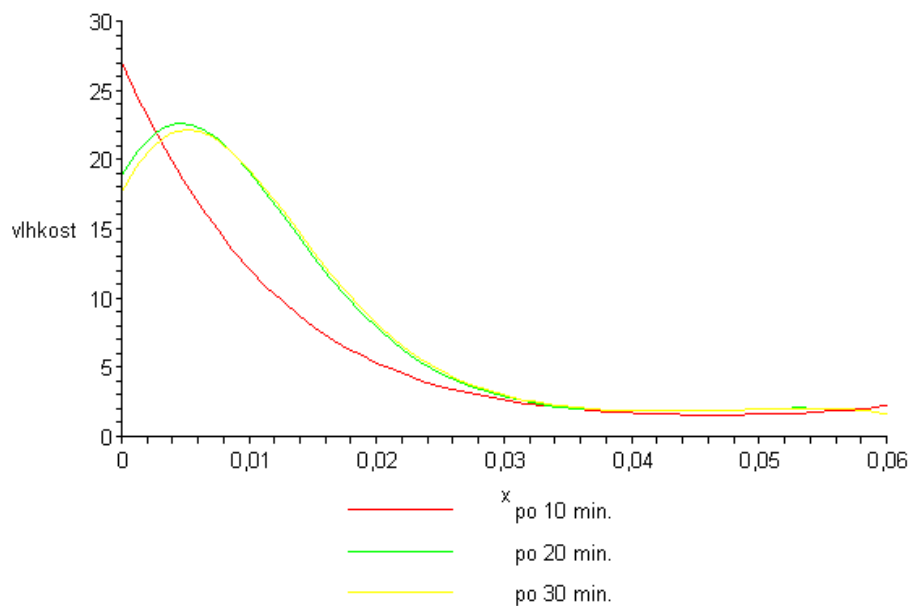
Obr. 5. Křivky navlhání pro vzorek C02 (keramický pálený střep)



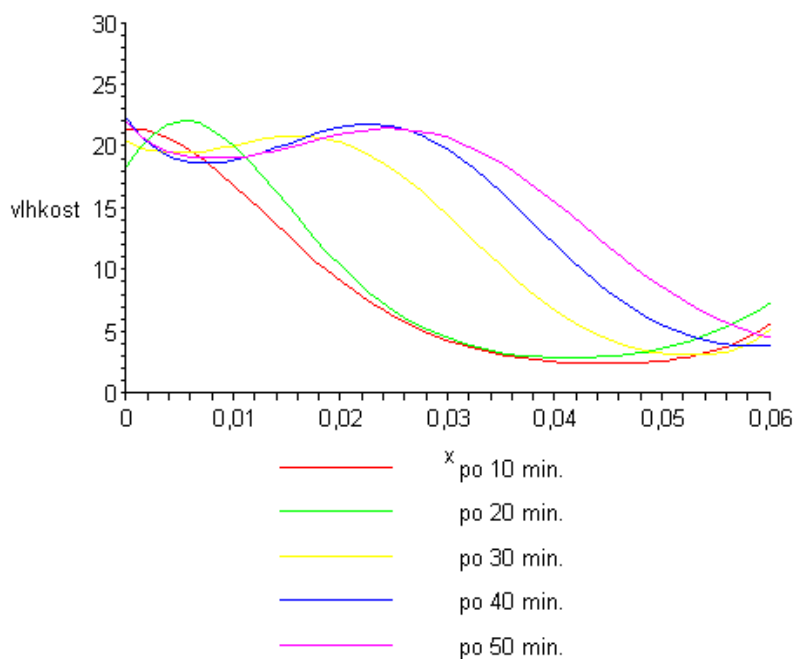
Obr. 6. Křivky navlhání pro vzorek C03 (keramický pálený střep)



Obr. 7. Křivky navlhání pro vzorek C04 (keramický pálený střep)



Obr. 8. Křivky navlhání pro vzorek C05 (keramický pálený střep)



Obr. 9. Křivky navlhání pro vzorek C06 (keramický pálený střep)

Použitá literatura:

- [1] Moudrý I. a kol: *Sledování transportu vlhkosti ve stavebních konstrukcích, zpráva o výzkumu materiálů z odpadních hmot*, VUT Brno, 1999
- [2] Garvan, F.: *The Maple Book*
- [3] Mrlík, F.: *Vlhkostné problémy stavebních materiálů a konstrukcí*, Alfa 1985