Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

2) $\operatorname{tg} 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$,

4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 2) $\mathrm{tg}\, 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$, 4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Řešení:

1) Rovnice $\cos u = \sqrt{2}/2$ má řešení $\pi/4 + 2k\pi, 7\pi/4 + 2k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$.

Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$,   2) $\operatorname{tg} 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$,   4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Řešení:

1) Rovnice $\cos u = \sqrt{2}/2$ má řešení $\pi/4 + 2k\pi, 7\pi/4 + 2k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$. Protože $u = 3x$, získáme odtud řešení

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi,\ \frac{7}{12}\pi + \frac{2}{3}k\pi,\ k \in \mathbb{Z},$$

zadané rovnice.

Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 2) $\operatorname{tg} 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$, 4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Řešení:

1) Rovnice $\cos u = \sqrt{2}/2$ má řešení $\pi/4 + 2k\pi, 7\pi/4 + 2k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$. Protože $u = 3x$, získáme odtud řešení

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi,\ \frac{7}{12}\pi + \frac{2}{3}k\pi,\ k \in \mathbb{Z},$$

zadané rovnice.

2) Rovnice $\operatorname{tg} u = 1$ má řešení $u = \pi/4 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ a $u = 2x$.

Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 2) $\operatorname{tg} 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$, 4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Řešení:

1) Rovnice $\cos u = \sqrt{2}/2$ má řešení $\pi/4 + 2k\pi, 7\pi/4 + 2k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$. Protože $u = 3x$, získáme odtud řešení

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi,\ \frac{7}{12}\pi + \frac{2}{3}k\pi,\ k \in \mathbb{Z},$$

zadané rovnice.

2) Rovnice $\operatorname{tg} u = 1$ má řešení $u = \pi/4 + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ a $u = 2x$. Proto je

$$x = \pi/8 + k\pi/2,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Příklad: *Řešte rovnice*

1) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 2) $\operatorname{tg} 2x = 1$,

3) $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$, 4) $\cos^2 x + \cos x = 0$.

Řešení:

1) Rovnice $\cos u = \sqrt{2}/2$ má řešení $\pi/4 + 2k\pi, 7\pi/4 + 2k\pi$, kde $k \in \mathbb{Z}$. Protože $u = 3x$, získáme odtud řešení

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}k\pi,\ \frac{7}{12}\pi + \frac{2}{3}k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z},$$

zadané rovnice.

2) Rovnice $\operatorname{tg} u = 1$ má řešení $u = \pi/4 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ a $u = 2x$. Proto je

$$x = \pi/8 + k\pi/2,\ \ k \in \mathbb{Z}.$$

Množinově můžeme výsledek zapsat jako

$$\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \{\pi/8 + k\pi/2\}.$$

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$.

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$. Použitím vztahu $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ dostaneme rovnici

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$. Použitím vztahu $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ dostaneme rovnici

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

která vede po substituci $u = \sin x$ na kvadratickou rovnici

$$2u^2 + u - 1 = 0,$$

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$. Použitím vztahu $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ dostaneme rovnici

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

která vede po substituci $u = \sin x$ na kvadratickou rovnici

$$2u^2 + u - 1 = 0,$$

jejíž řešení jsou

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$. Použitím vztahu $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ dostaneme rovnici

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

která vede po substituci $u = \sin x$ na kvadratickou rovnici

$$2u^2 + u - 1 = 0,$$

jejíž řešení jsou $u_1 = -1$, $u_2 = 1/2$.

3) Máme dánu rovnici $\sin^2 x + \sin x = \cos^2 x$. Použitím vztahu $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ dostaneme rovnici

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0,$$

která vede po substituci $u = \sin x$ na kvadratickou rovnici

$$2u^2 + u - 1 = 0,$$

jejíž řešení jsou $u_1 = -1$, $u_2 = 1/2$.

Ze substitučního vztahu pak dostaneme řešení

$$\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left\{ \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \right\}$$

zadané rovnice.

4) Máme dánu rovnici $\cos^2 x + \cos x = 0$.

4) Máme dánu rovnici $\cos^2 x + \cos x = 0$. Vytknutím převedeme rovnici na tvar

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0.$$

4) Máme dánu rovnici $\cos^2 x + \cos x = 0$. Vytknutím převedeme rovnici na tvar

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0.$$

Tato rovnice je splněna, je-li $\cos x = 0$ nebo $\cos x = -1$

4) Máme dánu rovnici $\cos^2 x + \cos x = 0$. Vytknutím převedeme rovnici na tvar

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0.$$

Tato rovnice je splněna, je-li $\cos x = 0$ nebo $\cos x = -1$ (pozor! nesmíme krátit rovnici např. $\cos x$).

4) Máme dánu rovnici $\cos^2 x + \cos x = 0$. Vytknutím převedeme rovnici na tvar

$$\cos x \cdot (\cos x + 1) = 0.$$

Tato rovnice je splněna, je-li $\cos x = 0$ nebo $\cos x = -1$ (pozor! nesmíme krátit rovnici např. $\cos x$).

Řešením těchto rovnic je

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, (2k+1)\pi \right\}.$$

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*