Příklad: *Určete úhel, který svírají přímky* $a: 5x - y + 7 = 0$ *a* $b: 3x + 2y = 0$.

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.
- Připomeňme si, že úhel dvojice přímek je vždy ostrý.

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.
- Připomeňme si, že úhel dvojice přímek je vždy ostrý.
- Pokud je úhel sevřený normálovými vektory přímek ostrý (tj. je to úhel z I. kvadrantu a jeho kosinus je kladný), je totožný s úhlem dvojice přímek. Jinak (v případě tupého úhlu mezi vektory, to jest, když je jeho kosinus záporný) musíme vzít jeho dopočet do 180°.

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.
- Připomeňme si, že úhel dvojice přímek je vždy ostrý.
- Pokud je úhel sevřený normálovými vektory přímek ostrý (tj. je to úhel z I. kvadrantu a jeho kosinus je kladný), je totožný s úhlem dvojice přímek. Jinak (v případě tupého úhlu mezi vektory, to jest, když je jeho kosinus záporný) musíme vzít jeho dopočet do 180°.
- Připomeňme ještě, že pro libovolný úhel φ platí $\cos\varphi = -\cos(180^\circ - \varphi)$.

Rozbor úlohy:

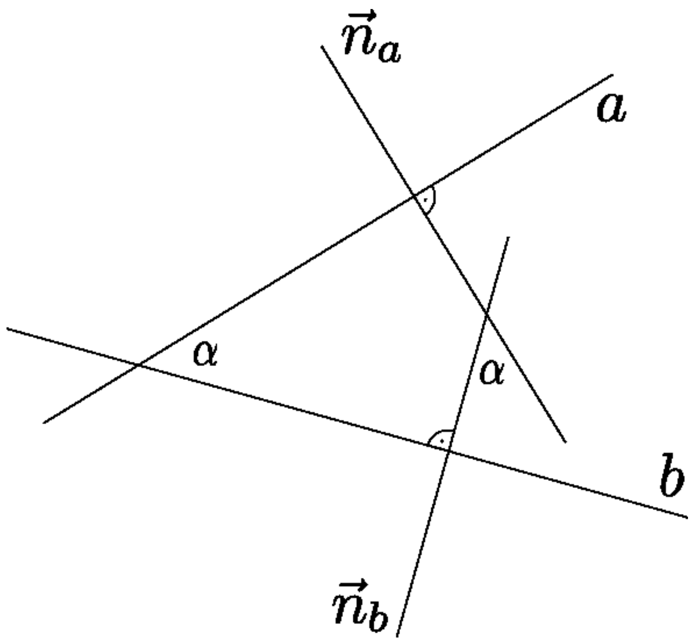
- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.
- Připomeňme si, že úhel dvojice přímek je vždy ostrý.
- Pokud je úhel sevřený normálovými vektory přímek ostrý (tj. je to úhel z I. kvadrantu a jeho kosinus je kladný), je totožný s úhlem dvojice přímek. Jinak (v případě tupého úhlu mezi vektory, to jest, když je jeho kosinus záporný) musíme vzít jeho dopočet do 180°.
- Připomeňme ještě, že pro libovolný úhel φ platí $\cos\varphi = -\cos(180^\circ - \varphi)$.
- Je tedy vidět, že když je φ úhel normálových vektorů dvojice přímek, tak pro úhel α těchto přímek platí $\cos\alpha = |\cos\varphi|$.
- Vzorec pro výpočet úhlu α mezi dvojicí přímek v rovině se tedy v podstatném detailu liší od vzorce pro určení úhlu mezi vektory

Rozbor úlohy:

- Úhel přímek můžeme určit pomocí úhlu příslušných směrových vektorů (s použitím skalárního součinu vektorů).
- Další možnost je určit úhel jejich normálových vektorů – tedy vektorů kolmých na směrové vektory přímek.
- Normálový vektor přímky má souřadnice $\vec{n} = (a, b)$, při obecném vyjádření přímky $p : ax + by + c = 0$.
- Připomeňme si, že úhel dvojice přímek je vždy ostrý.
- Pokud je úhel sevřený normálovými vektory přímek ostrý (tj. je to úhel z I. kvadrantu a jeho kosinus je kladný), je totožný s úhlem dvojice přímek. Jinak (v případě tupého úhlu mezi vektory, to jest, když je jeho kosinus záporný) musíme vzít jeho dopočet do 180°.
- Připomeňme ještě, že pro libovolný úhel φ platí $\cos\varphi = -\cos(180^\circ - \varphi)$.
- Je tedy vidět, že když je φ úhel normálových vektorů dvojice přímek, tak pro úhel α těchto přímek platí $\cos\alpha = |\cos\varphi|$.
- Vzorec pro výpočet úhlu α mezi dvojicí přímek v rovině se tedy v podstatném detailu liší od vzorce pro určení úhlu mezi vektory

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|},}$$

kde n_a, n_b jsou příslušné normálové vektory.


$\vec{n}_a$
a
α
α
b
$\vec{n}_b$

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

Řešení: Jsou dány přímky $a: 5x - y + 7 = 0$ a $b: 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$.

Řešení: Jsou dány přímky $a: 5x - y + 7 = 0$ a $b: 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \end{aligned}$$

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\ &= \end{aligned}$$

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\ &= \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \end{aligned}$$

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\ &= \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \end{aligned}$$

Řešení: Jsou dány přímky $a: 5x - y + 7 = 0$ a $b: 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned}
\cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\
&= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\
&= \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\ &= \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

což platí pro $\angle\alpha = 45^\circ$.

Řešení: Jsou dány přímky $a : 5x - y + 7 = 0$ a $b : 3x + 2y = 0$.

V našem případě je $\vec{n}_a = (5, -1)$, $\vec{n}_b = (3, 2)$. Pak

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{|\vec{n}_a \cdot \vec{n}_b|}{|\vec{n}_a| \cdot |\vec{n}_b|} = \\ &= \frac{|15 + (-2)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{9+4}} = \\ &= \frac{13}{13 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

což platí pro $\angle\alpha = 45^\circ$.

Přímky tedy svírají úhel 45°.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*