Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0,$
$b : 8x + 4y + 9 = 0;$

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0,$
$b : 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q),\ P = [3, -1],\ Q = [1, 1],$
$n : x + y + 1 = 0;$

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0$,
$b : 8x + 4y + 9 = 0$;

b) $m = (P, Q)$, $P = [3, -1]$, $Q = [1, 1]$,
$n : x + y + 1 = 0$;

c) $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$,
$q : x + y - 2 = 0$.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0,$
$b : 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q),\ P = [3, -1],\ Q = [1, 1],$
$n : x + y + 1 = 0;$

c) $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R},$
$q : x + y - 2 = 0.$

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0,$
$b : 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q),\ P = [3, -1],\ Q = [1, 1],$
$n : x + y + 1 = 0;$

c) $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R},$
$q : x + y - 2 = 0.$

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

b) Určíme rovnici přímky $p = (P, Q)$: směrový vektor přímky $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2, 2)$.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a: 5x - y + 10 = 0$,
$b: 8x + 4y + 9 = 0$;

b) $m = (P, Q)$, $P = [3, -1]$, $Q = [1, 1]$,
$n: x + y + 1 = 0$;

c) $p: x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$,
$q: x + y - 2 = 0$.

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

b) Určíme rovnici přímky $p = (P, Q)$: směrový vektor přímky $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2, 2)$. Tento vektor nahradíme vhodným násobkem, tj. volíme $\vec{s}_p = (-1, 1)$.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a: 5x - y + 10 = 0,$
$b: 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q),\ P = [3, -1],\ Q = [1, 1],$
$n: x + y + 1 = 0;$

c) $p: x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R},$
$q: x + y - 2 = 0.$

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

b) Určíme rovnici přímky $p = (P, Q)$: směrový vektor přímky $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2, 2)$. Tento vektor nahradíme vhodným násobkem, tj. volíme $\vec{s}_p = (-1, 1)$. Parametrizace přímky p pak je $p: x = 1 - t, y = 1 + t, t \in \mathbb{R}$.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a: 5x - y + 10 = 0,$
$b: 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q)$, $P = [3, -1]$, $Q = [1, 1]$,
$n: x + y + 1 = 0;$

c) $p: x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R},$
$q: x + y - 2 = 0.$

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

b) Určíme rovnici přímky $p = (P, Q)$: směrový vektor přímky $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2, 2)$. Tento vektor nahradíme vhodným násobkem, tj. volíme $\vec{s}_p = (-1, 1)$. Parametrizace přímky p pak je $p: x = 1 - t, y = 1 + t, t \in \mathbb{R}$. Vyloučením parametru t získáme obecnou rovnici $p: x + y - 2 = 0$.

Příklad: *Určete vzájemnou polohu přímek*

a) $a : 5x - y + 10 = 0,$
$b : 8x + 4y + 9 = 0;$

b) $m = (P, Q),\ P = [3, -1],\ Q = [1, 1],$
$n : x + y + 1 = 0;$

c) $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R},$
$q : x + y - 2 = 0.$

Řešení:

a) Přímky jsou zadané obecnou rovnicí, normálové vektory ($\vec{n}_a = (5, -1)$ a $\vec{n}_b = (8, 4)$) jsou různé, nemohou to tedy být rovnoběžky nebo přímky totožné, tj. jsou různoběžné.

b) Určíme rovnici přímky $p = (P, Q)$: směrový vektor přímky $\overrightarrow{PQ} = Q - P = (-2, 2)$. Tento vektor nahradíme vhodným násobkem, tj. volíme $\vec{s}_p = (-1, 1)$. Parametrizace přímky p pak je $p : x = 1 - t, y = 1 + t, t \in \mathbb{R}$. Vyloučením parametru t získáme obecnou rovnici $p : x + y - 2 = 0$.

Porovnáme-li obecné rovnice přímek p a q, vidíme, že dané přímky jsou rovnoběžné (liší se absolutní členy daných rovnic $1 \neq -2$).

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za* x *a* y *z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr* t*. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za x a y z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr t. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

Tj. pro naše zadání $p: x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$, $q: x + y - 2 = 0$ máme

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za x a y z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr t. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

Tj. pro naše zadání $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$, $q : x + y - 2 = 0$ máme

$$\underbrace{1 + t}_{=x} + \overbrace{1 - t}^{=y} - 2 = 0$$

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za x a y z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr t. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

Tj. pro naše zadání $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$, $q : x + y - 2 = 0$ máme

$$\underbrace{1 + t}_{=x} + \overbrace{1 - t}^{=y} - 2 = 0 \iff 0 = 0.$$

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za x a y z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr t. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

Tj. pro naše zadání $p : x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$, $q : x + y - 2 = 0$ máme

$$\underbrace{1 + t}_{=x} + \overbrace{1 - t}^{=y} - 2 = 0 \iff 0 = 0.$$

Rovnice pro neznámou t, kterou jsme získali po takovémto dosazení má nekonečně mnoho řešení (množina řešení takovéto rovnice je $\mathbb{R}$).

c) Pro určení vzájemné polohy můžeme využít i další možnost: *Dosadíme za x a y z parametrického vyjádření jedné z přímek do obecné rovnice druhé přímky, dostáváme rovnici pro neznámý parametr t. Počet řešení takto získané rovnice nám potom dává počet společných bodů daných přímek.*

Tj. pro naše zadání $p: x = 1 + t, y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$, $q: x + y - 2 = 0$ máme

$$\underbrace{1 + t}_{=x} + \overbrace{1 - t}^{=y} - 2 = 0 \iff 0 = 0.$$

Rovnice pro neznámou t, kterou jsme získali po takovémto dosazení má nekonečně mnoho řešení (množina řešení takovéto rovnice je $\mathbb{R}$). Tedy existuje nekonečně mnoho společných bodů dané dvojice přímek, tj. zadané přímky jsou totožné.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*