Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení těchto lineárních nerovnic

a) $x - 3 < 3x + 7$;

b) $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$;

c) $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$.

Lineární nerovnicí s jednou neznámou x rozumíme nerovnost $ax + b < 0$, nebo $ax + b \leq 0$, nebo $ax + b > 0$, nebo $ax + b \geq 0, \ a \neq 0$.

Lineární nerovnicí s jednou neznámou x rozumíme nerovnost $ax + b < 0$, nebo $ax + b \leq 0$, nebo $ax + b > 0$, nebo $ax + b \geq 0, \; a \neq 0$.

Řešením nerovnice je množina čísel, která když dosadíme za neznámou x do dané nerovnice, dostaneme správnou nerovnost mezi čísly.

Lineární nerovnicí s jednou neznámou x rozumíme nerovnost $ax+b<0$, nebo $ax+b\leq 0$, nebo $ax+b>0$, nebo $ax+b\geq 0,\ a\neq 0$.

Řešením nerovnice je množina čísel, která když dosadíme za neznámou x do dané nerovnice, dostaneme správnou nerovnost mezi čísly.

Například dosadíme-li do nerovnice $2x-1<3x+5$ za x číslo 0, dostaneme správnou nerovnost $-1<5$. Dosadíme-li však do této nerovnice číslo -6, dostaneme nesprávnou nerovnost $-13<-13$.

Lineární nerovnicí s jednou neznámou x rozumíme nerovnost $ax + b < 0$, nebo $ax + b \leq 0$, nebo $ax + b > 0$, nebo $ax + b \geq 0, \ a \neq 0$.

Řešením nerovnice je množina čísel, která když dosadíme za neznámou x do dané nerovnice, dostaneme správnou nerovnost mezi čísly.

Například dosadíme-li do nerovnice $2x - 1 < 3x + 5$ za x číslo 0, dostaneme správnou nerovnost $-1 < 5$. Dosadíme-li však do této nerovnice číslo -6, dostaneme nesprávnou nerovnost $-13 < -13$.

Při řešení nerovnic zjednodušujeme danou nerovnici pomocí ekvivalentních úprav neměnících množinu řešení. Těmi podobně jako při řešení rovnic jsou přičtení nebo odečtení téhož čísla na obou stranách nerovnice a násobení obou stran nerovnice číslem různým od nuly.

Lineární nerovnicí s jednou neznámou x rozumíme nerovnost $ax + b < 0$, nebo $ax + b \leq 0$, nebo $ax + b > 0$, nebo $ax + b \geq 0, \ a \neq 0$.

Řešením nerovnice je množina čísel, která když dosadíme za neznámou x do dané nerovnice, dostaneme správnou nerovnost mezi čísly.

Například dosadíme-li do nerovnice $2x - 1 < 3x + 5$ za x číslo 0, dostaneme správnou nerovnost $-1 < 5$. Dosadíme-li však do této nerovnice číslo -6, dostaneme nesprávnou nerovnost $-13 < -13$.

Při řešení nerovnic zjednodušujeme danou nerovnici pomocí ekvivalentních úprav neměnících množinu řešení. Těmi podobně jako při řešení rovnic jsou přičtení nebo odečtení téhož čísla na obou stranách nerovnice a násobení obou stran nerovnice číslem různým od nuly.

POZOR: Při násobení záporným číslem se obrací znak nerovnosti!

Například ze vztahu $-2x > 4$ po vynásobení číslem $-\frac{1}{2}$ plyne $x < -2$.

Řešení.

a) Při řešení nerovnice $x - 3 < 3x + 7$ přičteme k oběma stranám číslo $-x - 7$. Pak dostaneme $x - 3 - x - 7 < 3x + 7 - x - 7$ a po sloučení $-10 < 2x$. Násobíme-li obě strany číslem $\frac{1}{2}$, máme $-5 < x$.

Řešení.

a) Při řešení nerovnice $x - 3 < 3x + 7$ přičteme k oběma stranám číslo $-x - 7$. Pak dostaneme $x - 3 - x - 7 < 3x + 7 - x - 7$ a po sloučení $-10 < 2x$. Násobíme-li obě strany číslem $\frac{1}{2}$, máme $-5 < x$.

Řešením jsou tedy všechna reálná čísla větší než -5, čili otevřený interval $(-5, \infty)$.

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel.

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3}+\frac{5x-1}{4}<3x-\frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

1. Vynásobením dvanácti

$$4(3x+5)+3(5x-1)<12\cdot 3x-2\cdot 5,$$

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

1. Vynásobením dvanácti
$$4(3x+5) + 3(5x-1) < 12 \cdot 3x - 2 \cdot 5,$$
2. Po roznásobení a sloučení
$$27x + 17 < 36x - 10,$$

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3}+\frac{5x-1}{4}<3x-\frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

1. Vynásobením dvanácti
$$4(3x+5)+3(5x-1)<12\cdot 3x-2\cdot 5,$$
2. Po roznásobení a sloučení
$$27x+17<36x-10,$$
3. Přičtením $-36x-17$ k oběma stranám
$$-9x<-27,$$

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

1. Vynásobením dvanácti
$$4(3x+5) + 3(5x-1) < 12 \cdot 3x - 2 \cdot 5,$$
2. Po roznásobení a sloučení
$$27x + 17 < 36x - 10,$$
3. Přičtením $-36x - 17$ k oběma stranám
$$-9x < -27,$$
4. Vynásobením $-\frac{1}{9}$
$$x > 3.$$

b) Definičním oborem nerovnice $\frac{3x+5}{3} + \frac{5x-1}{4} < 3x - \frac{5}{6}$ je množina všech reálných čísel. Pomocí evivalentních úprav dostaneme:

1. Vynásobením dvanácti
$$4(3x+5) + 3(5x-1) < 12 \cdot 3x - 2 \cdot 5,$$
2. Po roznásobení a sloučení
$$27x + 17 < 36x - 10,$$
3. Přičtením $-36x - 17$ k oběma stranám
$$-9x < -27,$$
4. Vynásobením $-\frac{1}{9}$
$$x > 3.$$

Řešením nerovnice je tedy otevřený interval $(3, \infty)$.

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \le 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \le 2x^2 - 3x + 5.$$

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5.$$

Po sloučení

$$2x^2 + x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5$$

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5.$$

Po sloučení

$$2x^2 + x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5$$

a přičtení $-2x^2 + 3x + 3$ máme

$$2x^2 + x - 3 - 2x^2 + 3x + 3 \leq 2x^2 - 3x + 5 - 2x^2 + 3x + 3,$$

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5.$$

Po sloučení

$$2x^2 + x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5$$

a přičtení $-2x^2 + 3x + 3$ máme

$$2x^2 + x - 3 - 2x^2 + 3x + 3 \leq 2x^2 - 3x + 5 - 2x^2 + 3x + 3,$$

tj. $4x \leq 8$.

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme
$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5.$$

Po sloučení
$$2x^2 + x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5$$

a přičtení $-2x^2 + 3x + 3$ máme
$$2x^2 + x - 3 - 2x^2 + 3x + 3 \leq 2x^2 - 3x + 5 - 2x^2 + 3x + 3,$$

tj. $4x \leq 8$. Vynásobením obou stran číslem $\frac{1}{4}$ vychází $x \leq 2$.

c) V nerovnici $(x-1)(2x+3) \leq 2x^2 - 3x + 5$ nejprve roznásobíme výrazy na levé straně.

Dostaneme

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5.$$

Po sloučení

$$2x^2 + x - 3 \leq 2x^2 - 3x + 5$$

a přičtení $-2x^2 + 3x + 3$ máme

$$2x^2 + x - 3 - 2x^2 + 3x + 3 \leq 2x^2 - 3x + 5 - 2x^2 + 3x + 3,$$

tj. $4x \leq 8$. Vynásobením obou stran číslem $\frac{1}{4}$ vychází $x \leq 2$.

Řešením nerovnice je tedy interval $(-\infty, 2\rangle$.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*