BA002 Matematika 2: 2. zápočtový test
VZOR 1
jaro 2017

1. Spočítejte obsah rovinného obrazce, který je ohraničen křivkami

$$y = x^2 - x - 6$$
$$y = -x^2 + 5x + 14.$$

2. Sestavte integrál pro délku křivky, která je zadána parametricky rovnicemi

$$x = \cos t + \ln\left(\operatorname{tg}\frac{t}{2}\right)$$
$$y = \sin t,\ t \in \left\langle \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

Integrál dále nepočítejte.

3. Je dána funkce $f(x,y) = \sqrt{\frac{2y-1}{\cos x}} + \arcsin\big((3x+2)\,y\big)$. Určete:

a) její definiční obor,

b) obě její parciální derivace, dále je neupravujte.

4. Nahraďte funkci $f(x,y) = \mathrm{e}^{x+y+1}$ v okolí bodu $A = [0,0]$ Taylorovým polynomem 3. stupně.

Řešení.

1. $\mathrm{S} = 2\int\limits_{-2}^{5} \big(-x^2 + 3x + 10\big)\,\mathrm{d}x = \frac{343}{3}$

2. $\mathrm{l} = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos t}{\sin t}\,\mathrm{d}t$

3. a) $D(f) = \big\{[x,y] : \frac{2y-1}{\cos x} \geqslant 0 \wedge \cos x \neq 0 \wedge -1 \leqslant (3x+2)y \leqslant 1\big\}$

b)

$$f'_x(x,y) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2y-1}{\cos x}}} \cdot \frac{-(2y-1)}{\cos^2 x} \cdot (-\sin x) + \frac{3y}{\sqrt{1-(3x+2)^2y^2}}$$
$$f'_y(x,y) = \frac{1}{\sqrt{\frac{2y-1}{\cos x}}} \cdot \frac{1}{\cos x} + \frac{3x+2}{\sqrt{1-(3x+2)^2y^2}}$$

4. $T_3(f,A) = \mathrm{e}\big(1 + x + y + \frac{1}{2}(x+y)^2 + \frac{1}{6}(x+y)^3\big)$