

GEOMETRICKÉ APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU

- Obsah rovinného obrazce $A = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$:

$$P = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \quad [m^2]$$

- Obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkou $\gamma : x = \varphi(t), y = \psi(t), t \in \langle \alpha, \beta \rangle$:

$$P = \int_{\alpha}^{\beta} |\psi(t) \varphi'(t)| dt \quad [m^2]$$

- Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy

$$A = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\} \text{ kolem osy } x :$$

$$V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx \quad [m^3]$$

- Objem rotačního tělesa, které vznikne rotací plochy ohraničené křivkou $\gamma : x = \varphi(t), y = \psi(t), t \in \langle \alpha, \beta \rangle$ kolem osy x :

$$V = \pi \int_{\alpha}^{\beta} \psi^2(t) |\varphi'(t)| dt \quad [m^3]$$

- Délka křivky $\gamma : y = f(x), x \in \langle a, b \rangle$:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [m]$$

- Délka křivky $\gamma : x = \varphi(t), y = \psi(t), t \in \langle \alpha, \beta \rangle$:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [m]$$

- Obsah rotační plochy, která vznikne rotací křivky $\gamma : y = f(x), x \in \langle a, b \rangle$ kolem osy x :

$$S = 2\pi \int_a^b |f(t)| \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [m^2]$$

- Obsah rotační plochy, která vznikne rotací křivky $\gamma : x = \varphi(t), y = \psi(t), t \in \langle \alpha, \beta \rangle$ kolem osy x :

$$S = 2\pi \int_{\alpha}^{\beta} |\psi(t)| \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [m^2]$$