

FYZIKÁLNÍ APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU

1) $A = \{[x, y] \in \mathbf{R}^2 : a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$ je tenká rovinná deska s hustotou $\sigma(x)$ $[kg \cdot m^{-2}]$.

- Hmotnost desky A :

$$m = \int_a^b \sigma(x) \cdot [f(x) - g(x)] dx \quad [kg]$$

- Statický moment desky A vzhledem k ose x :

$$S_x = \frac{1}{2} \int_a^b \sigma(x) \cdot [f^2(x) - g^2(x)] dx \quad [kg \cdot m]$$

- Statický moment desky A vzhledem k ose y :

$$S_y = \int_a^b \sigma(x) \cdot x [f(x) - g(x)] dx \quad [kg \cdot m]$$

- Tůňgřdesky A :

$$T = [t_1, t_2], \text{ kde } t_1 = \frac{S_y}{m}, t_2 = \frac{S_x}{m}$$

- Moment setrvaľnosti desky A vzhledem k ose x :

$$I_x = \frac{1}{3} \int_a^b \sigma(x) \cdot [f^3(x) - g^3(x)] dx \quad [kg \cdot m^2]$$

- Moment setrvaľnosti desky A vzhledem k ose y :

$$I_y = \int_a^b \sigma(x) \cdot x^2 [f(x) - g(x)] dx \quad [kg \cdot m^2]$$

2) γ je hmotný drát ve tvaru rovinné křivky s hustotou σ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$]

$$\gamma: y = f(x), x \in \langle a, b \rangle; \sigma = \sigma(x)$$

- Hmotnost drátu γ :

$$m = \int_a^b \sigma(x) \cdot \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [\text{kg}]$$

- Statický moment drátu γ vzhledem k ose x :

$$S_x = \int_a^b \sigma(x) \cdot f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

- Statický moment drátu γ vzhledem k ose y :

$$S_y = \int_a^b \sigma(x) \cdot x \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

- Tížiště drátu γ :

$$T = [t_1, t_2], \text{ kde } t_1 = \frac{S_y}{m}, t_2 = \frac{S_x}{m}$$

- Moment setrvalnosti drátu γ vzhledem k ose x :

$$I_x = \int_a^b \sigma(x) \cdot f^2(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

- Moment setrvalnosti drátu γ vzhledem k ose y :

$$I_y = \int_a^b \sigma(x) \cdot x^2 \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

$$\gamma: x = \varphi(t), y = \psi(t), t \in \langle \alpha, \beta \rangle; \sigma = \sigma(t)$$

- Hmotnost drátu γ :

$$m = \int_{\alpha}^{\beta} \sigma(t) \cdot \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [\text{kg}]$$

- Statický moment drátu γ vzhledem k ose x :

$$S_x = \int_{\alpha}^{\beta} \sigma(t) \cdot \psi(t) \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

- Statický moment drátu γ vzhledem k ose y :

$$S_y = \int_{\alpha}^{\beta} \sigma(t) \cdot \varphi(t) \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

- Tížiště drátu γ :

$$T = [t_1, t_2], \text{ kde } t_1 = \frac{S_y}{m}, t_2 = \frac{S_x}{m}$$

- Moment setrvalnosti drátu γ vzhledem k ose x :

$$I_x = \int_{\alpha}^{\beta} \sigma(t) \cdot \psi^2(t) \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$

- Moment setrvalnosti drátu γ vzhledem k ose y :

$$I_y = \int_{\alpha}^{\beta} \sigma(t) \cdot \varphi^2(t) \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$$