CRAMEROVO PRAVIDLO

Věta (Cramerovo pravidlo): Soustava n lineárních rovnic o n neznámých $A \cdot X = B$, taková, že $|A| \neq 0$ má právě jedno řešení $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, kde

$$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

přitom $|A_i|$ vznikne z $|A|$ nahrazením i-tého sloupce sloupcem absolutních členů.

Př.:
$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 6 \\ -x_1 - 3x_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 1 = -5$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = -18 - 2 = -20$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 6 = 10$$

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{-20}{-5} = 4$$

$$x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{10}{-5} = -2$$

$$K = \{(4, -2)\}$$

Př.:
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 7 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 5 \end{aligned}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 9$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} = 10 - 1 = 9$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

2. řádek je dvojnásobek 3. řádku

$$|A_3| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 18 \end{vmatrix} = 18$$

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} = \frac{9}{9} = 1, \quad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} = \frac{0}{9} = 0, \quad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{18}{9} = 2$$

$$K = \{(1, 0, 2)\}$$