13. cvičení

Vlastní čísla a vlastní vektory matice (= hlavní čísla a hlavní vektory matice)

1) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$.

5) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

6) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

7) Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Skalární součin v $\mathbb{R}^n$

1) Skalárně vynásobte vektory $\vec{u} = (1, 2, 3, 4)$, $\vec{v} = (2, 0, 1, -1)$.

2) K čemu lze využít skalární součin?

3) Určete velikost vektoru $\vec{v} = (2, 0, 1, -1)$.

4) K vektoru $\vec{u} = (1, -3)$ najděte: a) libovolný nenulový kolmý vektor, b) množinu všech kolmých vektorů.

5) K vektoru $\vec{u} = (2, 1, 0, 3)$ najděte: a) libovolné nenulový kolmý vektor, b) množinu všech kolmých vektorů.

6) Určete a) odchylku, b) úhel vektorů $\vec{u} = (1, 2, -2)$, $\vec{v} = (-3, -3, 0)$.

Vektorový součin jen v $\mathbb{R}^3$

1) Vynásobte vektorovým součinem vektory $\vec{a} = (1, 2, 3)$ a $\vec{b} = (-2, 0, 1)$.

2) K čemu lze využít vektorový součin?

3) Vypočtěte obsah trojúhelníku ABC, $A[4, -3, 6]$, $B[0, 1, 0]$, $C[-2, -2, 2]$.

Smíšený součin jen v $\mathbb{R}^3$: $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

1) Vynásobte smíšeným součinem vektory $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-2, 0, 2)$ a $\vec{c} = (3, 1, -1)$.

2) K čemu lze využít vektorový součin?

3) Vypočtěte objem a) čtyřstěnu $ABCD$, $A[0, 0, 0]$, $B[3, 2, 0]$, $C[2, 3, 0]$, $D[1, 2, 3]$,

b) šikmého trojbokého hranolu $ABCDEF$.

ANALYTICKÁ GEOMETRIE

1) Určete a) obecnou rovnici roviny, která prochází body $A[-1,2,3]$, $B[2,-4,5]$, $C[2,2,-1]$,

b) parametrické vyjádření.

2) Určete průsečík přímky p: $\begin{array}{l} x-2y+3z=7 \\ x+4y+2z=0 \end{array}$ s rovinou ϱ: $2x+2y-z=1$.

3) Počátkem souřadnicového systému veďte rovinu ϱ kolmou k rovinám α: $2x-y-z=0$ a β: $x+y-z=7$.

4) Bodem $M[1,-2,3]$ veďte rovinu, která je rovnoběžná s osou x a přímkou p: $\begin{array}{l} x=1+2t, \\ y=t, \\ z=3-3t. \end{array}$

5) Určete vzdálenost bodu $P[3,9,1]$ od roviny ϱ: $x-2y+2z=3$.

6) Určete vzdálenost bodu $P[1,-2,1]$ od přímky p: $\begin{array}{l} x=3+2t, \\ y=t, \\ z=1-t. \end{array}$

7) Určete vzájemnou polohu přímek p: $\begin{array}{l} 2x+y-z=0, \\ x-3y+2z=14 \end{array}$ a q: $\begin{array}{l} x+5y-6z=-34, \\ 6x-2y-z=9. \end{array}$

8) Určete vzájemnou polohu přímek p: $\begin{array}{l} x=4, \\ y=5+t, \\ z=1+2t \end{array}$ a q: $\begin{array}{l} x-y-z=4, \\ x+y-3z=0. \end{array}$

9) Určete průsečík roviny ϱ: $x+2y-z=3$ s kolmicí na tuto rovinu procházející bodem $A[4,-3,1]$.

10) Určete průsečík přímky p: $\begin{array}{l} x=t, \\ y=-7+2t, \\ z=3-t \end{array}$ s kolmicí na tuto přímku procházející bodem $M[3,2,6]$.

11) Na přímce p: $\begin{array}{l} x+2y+z=1, \\ 3x-y+4z=29 \end{array}$ najděte bod X stejně vzdálený od bodů $A[3,11,4]$ i $B[-5,-13,-2]$.