

BAA001 Matematika I

3. Racionální funkce.

Mgr. EVA JANSOVÁ, Ph.D.

Definice

Racionální funkcí $f(x) = \frac{P_m}{Q_n}$ nazýváme podíl dvou nenulových polynomů P_m, Q_n stupňů m, n .

- $m < n$... **ryzí racionální funkce**
- $m \geq n$... **neryzí racionální funkce**

Věta

Každá neryzí racionální funkce f je buď polynom nebo ji lze vyjádřit (pomocí dělení polynomů) jako součet polynomu a ryzí racionální funkce.

Věta

Na změnu znaménka racionální funkce $f(x) = \frac{P_m}{Q_n}$, kde polynomy P_m, Q_n nemají společné kořeny, mají vliv pouze reálné kořeny liché násobnosti čitatele a jmenovatele.

Příklad

Určete znaménko funkce $f(x) = \frac{(x+1)^2(x-1)(x+3)}{(x-1)^2(x+3)(2x^2+1)(4-x)}$.

Věta

Každou ryzí racionální funkci $f(x) = \frac{P_m}{Q_n}$ lze rozložit na součet parciálních zlomků.

- Je-li v rozkladu Q_n na součin $(cx + d)^k$, $c \neq 0$, pak v rozkladu $f(x)$ je součet k parciálních zlomků:

$$f(x) = \frac{C_1}{cx + d} + \frac{C_2}{(cx + d)^2} + \cdots + \frac{C_k}{(cx + d)^k}$$

- Je-li v rozkladu Q_n na součin $(ax^2 + bx + c)^l$, $a \neq 0$, $D < 0$, pak v rozkladu $f(x)$ je součet l parciálních zlomků:

$$f(x) = \frac{A_1x + B_1}{ax^2 + bx + c} + \frac{A_2x + B_2}{(ax^2 + bx + c)^2} + \cdots + \frac{A_lx + B_l}{(ax^2 + bx + c)^l}$$

Příklad

Napište obecný tvar rozkladu racionální funkce $f(x)$ na parciální zlomky:

$$\blacksquare f(x) = \frac{12x + 15}{(x + 1)(x - 3)^3(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)^2}$$

Příklad

Rozložte funkci $f(x)$ na parciální zlomky.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 6}$$

Příklad

Určete znaménko funkce $f(x)$ a rozložte ji na parciální zlomky, resp. na součet polynomu s parciálními zlomky.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 9x + 18}{x^4 + 3x^2}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$$

**Děkuji
za
pozornost!**