Skalární součin vektorů

$\vec{u} = (u_1,\, u_2,\, u_3)$, $\vec{v} = (v_1,\, v_2,\, v_3)$

$$\boldsymbol{\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3}$$

Využití:

1. Vyšetřování kolmosti nenulových vektorů: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \;\Leftrightarrow\; \varphi = \frac{\pi}{2}$
2. Výpočet délky nenulového vektoru: $\|\vec{u}\| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$
3. Výpočet úhlu nenulových vektorů: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}, \quad \varphi \in \langle 0, \pi \rangle$

Vektorový součin vektorů

$\vec{u} = (u_1,\, u_2,\, u_3)$, $\vec{v} = (v_1,\, v_2,\, v_3)$

$$\boldsymbol{\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}}$$

Využití:

1. Vyšetřování kolinearity nenulových vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$: $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{o} \Leftrightarrow (\varphi = 0 \text{ nebo } \varphi = \pi)$
2. Výpočet obsahu rovnoběžníku sestrojeného nad vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$: $P = \|\vec{u} \times \vec{v}\|$
3. Výpočet obsahu trojúhelníku určeného vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$: $P_\triangle = \frac{1}{2}\|\vec{u} \times \vec{v}\|$
4. Nalezení vektoru kolmého ke dvěma zadaným nenulovým vektorům.

Smíšený součin vektorů

$\vec{a} = (a_1,\, a_2,\, a_3)$, $\vec{b} = (b_1,\, b_2,\, b_3)$, $\vec{c} = (c_1,\, c_2,\, c_3)$

$$\boldsymbol{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}}$$

Využití:

1. Výpočet objemu rovnoběžnostěnu sestrojeného nad vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$: $V = |[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
2. Výpočet objemu čtyřstěnu určeného vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$: $V = \frac{1}{6}|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
3. Vyšetřování komplanárnosti vektorů:
   Nenulové vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ jsou komplanární $\quad\Leftrightarrow\quad [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$