

## Příprava na druhou zápočtovou písemku

Na zápočtové písemce můžete kromě jiného očekávat zejména příklady tohoto typu (Další vhodné příklady najdete ve Sb. příkladů z matematiky II. a III. ):

**Př. 1** Vypočítejte hmotnost drátu ve tvaru křivky  $C$ , kde  $C$  je proniková křivka ploch  $x^2 + y^2 - 2y = 0$ ,  $z = x^2 + y^2$ ,  $y \geq 1$ , hustota drátu je  $\rho(x) = |x|(y - 1)$ .  
[ $\frac{1}{6}(5\sqrt{5} - 1)$ ]

**Př. 2** Vypočítejte křivkový integrál

$$\int_C x \, dx + y \, dy + (x + y - 1) \, dz,$$

po úsečce  $AB$ ,  $A[1, 1, 1]$ ,  $B[2, 3, 4]$ . [13]

**Př. 3** Ověřte, že integrál

$$\int_C (2x + 3y) \, dx + (3x - 4y) \, dy$$

nezávisí na integrační cestě a určete jeho hodnotu od bodu  $M[0, 0]$  do bodu  $N[1, 4]$ .  
[-19]

**Př. 4** Pomocí Greenovy věty vypočtete

$$\int_C (-2y) \, dx + 2x \, dy,$$

kde  $C$  je kladně orientovaná křivka tvořená částí grafu funkce  $y = e^x$  a částí přímky  $y = e^\pi$  pro  $x \geq 0$ .  
[ $4(\pi e^\pi - e^\pi + 1)$ ]

**Př. 5** Řešte počáteční úlohu pro diferenciální rovnici

$$e^{x+y}(1 - e^{-y}) + (1 + e^x)^2 y' = 0, \quad y(0) = 2.$$

$$[y = \ln |1 - e^y| - \frac{1}{1+e^x} + \frac{5}{2} - \ln |1 - e^2|]$$