

Konstrukce sítě, pláště kosého kruhového kužele, speciálně konstrukce bodů jeho rozvinuté kruhové hrany

Poznámky jsou použitelné v Testu č.6, LS 2000/2001

Jednotlivé body kruhové hrany jsou očíslovány a převáděny do sítě postupně, zcela samostatně.

Kosý kužel je nahrazen dvanáctibokým jehlanem; čím více vrcholů podstavy jehlan bude mít, tím tato náhrada bude přesnější a tím přesnější bude i síť. Užijeme nejméně dvanácti vrcholů, jehlanu.

Kužel pomyslně rozstříhneme podél površky v jeho rovině souměrnosti, může to být površka (podle očíslování) 1V nebo 7V. Zvolíme 7V, naopak površka 1V bude v důsledku toho v síti uprostřed a proto ji umístíme na papír uprostřed, protože síť bude vznikat na obě strany.

Obr. 1 : Povrchová přímka se stopníkem 1

Povrchová přímka se stopníkem 1 je dotykovou přímkou tečné roviny α a protože površka je kolmá k půdorysné stopě p^α , je také spádovou přímkou tečné roviny α .

- Zavedeme středem S kolmici k k rovině podstavy, nyní tedy k půdorysně π .
- Protneme touto kolmicí tečnou rovinu α v bodě ${}^1\Omega$.
- Změříme vzdálenost od stopníku 1 k bodu ${}^1\Omega = {}^1\rho$. To bude poloměr oskulační kružnice, měřený vždy na spádové přímce, která je zde výjimečně i jako površka).
- úhel mezi površkou a stopou p^τ je pravý, 90° - přenáší se do sítě ve skutečné hodnotě.
- délka površky v síti se shoduje s délkou površky v náryse, protože površka je s nárysnou rovnoběžná a tudíž se jeví ve skutečné velikosti.

Obr. 2 : Površka se stopníkem číslo 7

Také tady je površka kolmá ke stopě p^β , protože je v osovém řezu souměrnosti roviny SV kosého kužele.

- Zavedeme bodem S kolmici k .
- Získáme průsečík ${}^7\Omega$ kolmice k s rovinou β , ten je nyní pod půdorysnou, protože rovina β je „vyvrácená“.
- Změříme ${}^7\Omega = {}^7\rho$... poloměr oskulační kružnice.
- úhel mezi spádovou přímkou = površkou se stopníkem 7 a stopou je i zde pravý, roven 90° .

- Také zde je povrch s nárysnou rovnoběžná a bude se jevit ve skutečné velikosti. Do sítě ji ale nyní ještě nemůžeme přenášet, protože bude až poslední površkou na konci sítě.

Princip sítě (zatím bez oskulačních kružnic):

Pro síť musíme zjistit skutečnou délku každé obecné povrchy. To se dá udělat nejjednodušeji prostým jejím sklápěním do půdorysny. Délky obloučků na kruhové podstavě jsou všechny stejné a my je můžeme (s jistou nepřesností) nahradit jejich tětivami. Nyní postupně klademe vedle sebe boční stěny jehlanu (ten je náhradou za kužel). Narýsujeme si v síti první povrch $1V$ (ve skutečné velikosti). Od vrcholu V na této povrchu v síti vynášíme kružítkem oblouček a v kružítce máme skutečnou délku další povrchy $2V$. Z bodu 1 kružítkem vynášíme pak zase oblouček a v kružítce máme délku tětivy (jedné dvanáctiny), až se oba obloučky protnou. Průsečík těchto dvou obloučků je bod 2. Připravíme délku $3V$, nachystáme pro $3V$ oblouček. Kružítkem budeme také dbát, aby délky tětivy 12, 23, atd. byly stále stejné. Nezapomeneme, že síť bude symetrická a proto vždy sestrojujeme body, vzájemně souměrné, jsou to např.: 2 a 12, dále 3 a 11, dále 4 a 10 atd.

Obr.3.a) : Povrch se stopníkem 3 je již obecná

V dalším budeme mít obecnou povrch. Práce s touto površkou se dá aplikovat (když by bylo třeba, u nás nepožadujeme) na každou další obecnou povrch. Nyní povrch není spádovou přímkou (je zde odkloněna doprava od spádové přímky) a vrchol V tudíž už na spádové přímce neleží.

- Zavedeme středem S kolmici k . Poloměr oskulační kružnice je však i nyní třeba měřit na spádové přímce s^γ se stopníkem 3 (spádová přímka je ale vůči nárysně natočená, takže v náryse poloměr už nemůžeme změřit)
- Zavedeme proto novou, třetí průmětnu λ , rovnoběžnou s poloměrem na spádové přímce s^γ (spádová přímka musí být kolmá ke stopě p^γ a proto i nová třetí průmětna λ a osa $x_{1,3}$ musí být kolmá k této stopě p^γ).
- Novou průmětnu popíšeme pro sklápění jako osu $x_{1,3}$, umístíme ji do volného místa napravo od kužele, celkem kamkoliv. Je zvykem zavést tuto osu sklápění přímo vrcholem V kužele.
- Doprava a kolmo k ose sklápění sklopíme výšku vrcholu a označíme jako V_3 , stopník $3 = P$ této povrchy převedeme do třetího průmětu jako P_3 . Spojením P_3V_3 získáme třetí průmět povrchy (tečná rovina γ a její spádová přímka s_3^γ se také ve třetím průmětu promítá do této povrchy)
- Odvodíme třetí průmět k_3 kolmice k , vedeme připraveným třetím průmětem S_3 . Průsečík ${}^3\Omega = k_3 \cap s_3^\gamma$, (tedy průsečík kolmice s tečnou rovinou) poloměr oskulační kružnice je pak vzdálenost $P_3{}^3\Omega$.

Převedení do sítě :

Především připravíme površku $3V$. Koncepce: nejdříve musíme v síti od površky $3V$ odklonit o úhel φ (o úhlu později) půdorysnou stopu tečné roviny γ . Tato stopa přechází v tečnu rozvinuté kruhové hrany. Potom poloměr oskulační kružnice se bude vynášet k této tečně kolmo, koncový bod ${}^3\Omega$. Do něj zabodneme kružítko a sestrojíme oskulační kružnici o poloměru P_3W_3 z třetího průmětu.

Nyní k úhlu φ :

Jedná o skutečnou hodnotu úhlu mezi dotykovou površkou $3V$ a půdorysnou stopou příslušné tečné roviny. *Ten se zásadně do sítě vždy převádí z tečné roviny ve skutečné velikosti (a každá tečná rovina postupně se sítí splyne)*. Protože úhel φ je v nakloněné tečné rovině γ , je v prvním průmětu zkreslen, menší. Abychom zjistili jeho skutečnou velikost, musíme tečnou rovinu γ otočit do půdorysny kolem její půdorysné stopy p^γ . Stačí, když otočíme vrchol V . K tomu nám dobře poslouží zde již využitá třetí průmětna. Poloměr je vzdálenost (měřená na třetím průmětu spádové přímky s_3^γ od stopníku P_3 po vrchol V_3). Vytvoříme kružítkem oblouček otáčení bodu V do půdorysny. Na prodlouženém 1. průmětu spádové přímky s_1^γ označíme kružítkem (otočený) bod $[V]$. První průmět površky $c_1 = PV_1$ přejde do otočené površky $[c] = P[V]$, čerchované. (Upozorňujeme na tomto místě, že otočená površka je zde ve skutečné velikosti, takže její délku můžeme srovnat s délkou již dříve nalezenou sklápěním. Vždy ale pro síť použijeme sklápění, případně ještě „další metodu“, protože je to rychlejší. Tou „další metodou“ (někdy stručně zvanou „jeřábová“) rozumíme otáčení všech promítacích rovin, (rovin, kolmých k půdorysně) všech površek do polohy rovnoběžných s nárysnou. To se dá udělat otáčením okolo vertikální osy o , vedené společným bodem V všech površek. Takže nyní již máme otočenou površku $[c]$. Mezi touto otočenou površkou a půdorysnou stopou je už hledaná skutečná velikost tohoto úhlu φ . Tento úhel φ kružítkem (zvolíme dva obloučky libovolných, ale stejných poloměrů a přes obloučky ještě užijeme shodně velké tětivy) přeneseme do sítě, obr.3b), a úhel vyneseme od površky $3V$ na správnou stranu (podle postupně kladených površek kužele do sítě), nejspíše bod 2 bude od bodu 3 nalevo a bod 4 od bodu 3 zase naopak napravo.

Obr.4: Površka $4V$, se stopníkem 4

V principu se zde postup neliší od površky $3V$, zase půjde o obecný bod kruhové základny. Půdorysná stopa p_1^δ je nyní speciálně rovnoběžná s S_1V_1 či s osou $x_{1,2}$. Zase užijeme pomocnou třetí průmětnu, stále ji budeme pro srozumitelnost označovat jako třetí, kolmou k půdorysné stopě p_1^δ . Vedeme ji (úspora místa) vrcholem V_1 . Sklopíme doprava vrchol V_1 do bodu V_3 . Stopník 4 = P_1 převedeme do P_3 . Pomocný třetí průmět tečné roviny bude splývat s třetím průmětem spádové přímky $P_3V_3 = s_3^\delta = \delta_3$. Sestrojíme třetí průmět kolmice $S_3V_3 = k_3$. (Vrchol V na kolmici v prostoru neleží, je zcela mimo napravo). Ve třetím průmětu tentokrát speciálně je kolmice k_3 s vrcholem V_3 v zákrytu. Také průsečík ${}^4\Omega_3$ bude v zákrytu s vrcholem V_3 , tzn. ${}^4\Omega_3 = V_3$. Tudíž poloměr ${}^4\rho = P_3{}^4\Omega_3$.

Skutečná velikost úhlu φ :

Poloměr otočení bodu V okolo půdorysné stopy p_1^δ měříme zase ve třetím průmětu (jako vzdálenost bodů $P_3^4\Omega_3$, zde speciálně P_3V_3). Provedeme oblouček až nalezneme na prodloužené spádové přímce s_1^δ bod $[V]$. Tento bod spojíme se stopníkem P_1 površky. Tak přejde původní 1. průmět površky $d_1 = P_1V_1$ do otočené površky $[d] = P_1[V]$. Její odchylka od půdorysné stopy p_1^δ je už skutečná velikost úhlu φ , použitelná pro síť. (V síti zase vyhledáme površku $4V$, kružítkem přeneseme tento úhel φ a toto nové rameno úhlu označíme jako tečnu rozvinované kruhové hrany. Potom v bodě 4 této hrany sestrojíme kolmici a na ni nanese předem změřený poloměr ${}^4\rho$, koncový bod označíme v síti jako ${}^4\Omega$. Z tohoto středu sestrojíme opět oskulační kružnici.)

Obr.5.: Inflexní bod J rozvinuté kruhové hrany

Má-li na okamžik přejít oskulační kružnice v inflexní tečnu=přímku, která změní znaménko křivosti rozvinuté kruhové hrany v opačné, křivost bude tedy opačná, obr.5), musí mít tudíž v takovém okamžiku tato oskulační kružnice nekonečně velký poloměr. Aby došlo k nekonečně velkému poloměru, potom příslušný bod ${}^J\Omega$ tečné roviny „nesmí být po ruce“, musí naopak také být až v nekonečnu. Protože bod Ω je však zásadně průsečík kolmice k s tečnou rovinou, musí být nyní speciálně tato kolmice k s tečnou rovinou přímo spolu dokonce rovnoběžná. Protože však kolmice k od začátku tvorby sítě zaujímá trvale kolmou polohu k rovině kruhové základny kužele, k půdorysně (a prochází stále středem S), nezbyvá než připustit, že i tečná rovina musí být kolmá k půdorysně (aby si ponechala svoji rovnoběžnost s uvedenou kolmicí).

Hledáme tedy takovou površku JV , která svou tečnou rovinu bude mít kolmou k půdorysně. Toto je možné jen pro případ, že površka JV je pro pohled shora na půdorysnu právě *obrysovou* površkou. Abychom površku získali, vedeme bodem V_1 tečnu ke kruhové podstavě a vyznačíme její dotkový bod J_1 (na poloměru, kolmém k tečně). Bod J do sítě přeneseme interpolačně, tj. odhadneme jeho polohu na podstavě (mezi body 5 a 6), tyto body už před tím budeme v síti mít a potom mezi ně bod J umístíme. Připravíme v síti i površku JV . Nyní musíme vyhledat ve svislé tečné rovině λ odchylku mezi površkou JV a půdorysnou stopou tečné roviny λ (tato stopa s površkou má tedy společný 1. průmět). Stačí sklopit tečnou rovinu λ o 90° do půdorysny (v bodě V_1 kolmo k 1. průmětu površky vyneseme z -ovou souřadnici vrcholu), označíme sklopený bod (J). Spojením $J(V)$ získáme sklopenou površku a ve sklopení uvidíme i její odchylku φ od půdorysné stopy. Opět odchylku φ přeneseme kružítkem do sítě (ve správném smyslu, podle průběhu rozvinuté hrany), nové rameno přeneseného úhlu je už inflexní tečna.

RNDr. Pavel Talanda v.r.

Typeset by *ZOBI*-T_EX
Mgr. Jan J. Šafařík