

**Řešení****Písemná práce z matematiky za 1. semestr - B**  
( včetně ukázky bodování )3. Rozložte racionální funkci  $f$  na součet polynomu a parciálních zlomků, je-li

$$f : y = \frac{2x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x + 7}{2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 5x - 3}$$

Ohodnocení postupu body:	dělení polynomů	3 b
	rozklad jmenovatele	7 b
	tvary parc. zlomků	3 b
	určení koeficientů	7 b

$$\text{Výsledek: } f(x) = 1 - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{2x^2-x+1}$$

4. Určete Taylorův polynom 2.stupně pro funkci

$$f : y = \arctg \frac{x}{2x-1} \text{ v bodě } x_0 = 1$$

Ohodnocení postupu body:	výpočet $y' = \frac{-1}{5x^2 - 4x + 1}$	5 b
--------------------------	---	-----

	výpočet $y'' = \frac{10x-4}{(5x^2-4x+1)^2}$	5 b
--	---	-----

	hodnota T v bodě $x_0$	2 b
	první člen polynomu	4 b
	druhý člen polynomu	4 b

$$\text{Výsledek: } T_2(f, 1, dx) = \frac{p}{4} - \frac{1}{2}(x-1) + \frac{3}{2 \bullet 2}(x-1)^2$$

5. Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice A, je-li

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ pak } A = \begin{bmatrix} 2-I & 1 & -3 \\ 3 & -2-I & -3 \\ 1 & 1 & -2-I \end{bmatrix} = 0$$

Ohodnocení postupu body:

$$A = (I + 2)(I^2 - 1) = I^3 + 2I^2 - I - 2 \quad 8 \text{ b}$$

$$l = 1: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow (2s, s, s) \quad 4 \text{ b}$$

$$l = -1: \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow (t, 0, t) \quad 4 \text{ b}$$

$$l = -2: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow (u, -u, u) \quad 4 \text{ b}$$

6. Vyšetřete průběh funkce  $f$  a načrtněte její graf

$$f: y = \frac{e^{x-1}}{x+1}$$

Ohodnocení postupu body:

$$D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}, \quad \begin{array}{c} - \quad \circ \quad + \\ \hline -1 \end{array} \longrightarrow \text{sgn } f(x) \quad 2 \text{ b}$$

$$y' = \frac{xe^{x-1}}{(x+1)^2}, \quad \begin{array}{c} - \quad \circ \quad - \quad \circ \quad + \\ \hline -1 \quad 0 \end{array} \longrightarrow \text{sgn } f'(x) \quad 2 \text{ b}$$

$$y'' = \frac{(x^2+1)e^{x-1}}{(x+1)^3}, \quad \begin{array}{c} - \quad \circ \quad + \\ \hline -1 \end{array} \longrightarrow \text{sgn } f''(x) \quad 2 \text{ b}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty \quad 2 \text{ b}$$

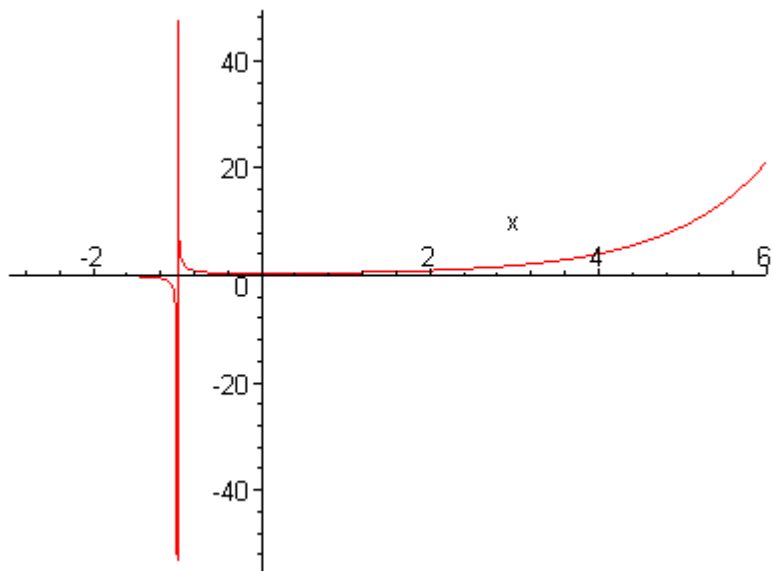
$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty \quad 2 \text{ b}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x-1}}{x(x+1)} = +\infty \quad 2 \text{ b}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 \quad 2 \text{ b}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad 2 \text{ b}$$

asymptota  $x = -1$ ,  $y = 0$  pro  $x \rightarrow -\infty$



graf 4 b