

Aplikace určitého integrálu

1. Vypočtete obsah množiny $A = \{[x, y] \in E_2; y \leq -x^2 + 4x - 2, x + y \geq 2\}$. Načrtněte obrázek.

2. Vypočtete obsah množiny a načrtněte obrázek.

$$B = \left\{ [x, y] \in E_2; y \leq 2x^3, y \leq \frac{2}{x}, x - y - 1 \leq 0, x \geq 0 \right\}$$

3. Vypočtete obsah omezené části roviny ohraničené parabolou $y = x^2 - 6x + 8$ a jejími tečnami v bodech $A = [1; 3], B = [4; 0]$. Načrtněte obrázek

4. Vypočtete obsah množiny omezené křivkou zadanou parametricky
 $x = a \bullet \cos^3 t, y = a \bullet \sin^3 t, a \neq 0, 0 \leq t \leq 2\pi$.

5. Vypočtete délku oblouku rovinné křivky $y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, a \leq x \leq b, a \neq 0$.

6. Vypočtete délku oblouku rovinné křivky zadané parametricky
 $x = a \bullet (\cos t + t \bullet \sin t), y = a \bullet (\sin t - t \bullet \cos t), t \in \langle 0, 2\pi \rangle, a \neq 0$.

7. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací obrazce

$$M = \left\{ [x, y] \in E_2; y - 1 \leq \sin 2x, y \geq e^{-x}, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}, \text{ kolem osy } x. \text{ Načrtněte obrázek.}$$

8. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného osou x a křivkou zadanou parametricky $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}, t \in \langle 0, \sqrt{3} \rangle$, kolem osy x .

9. Vypočtete obsah rotační plochy, vzniklé rotací křivky $(y - b)^2 + x^2 = a^2, b \neq a \neq 0$, kolem osy x . Načrtněte obrázek.

10. Vypočtete obsah rotační plochy, vzniklé rotací křivky zadané parametricky

$$x = t^2, y = \frac{t}{3}(t^2 - 3), t \in \langle 0, \sqrt{3} \rangle, \text{ kolem osy } x.$$

11. Vypočtete těžiště homogenní rovinné oblasti určené nerovnicemi

$$x^2 + y^2 \leq a^2, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \geq 1, 0 < b < a, x \geq 0, y \geq 0. \text{ Načrtněte obrázek.}$$

12. Vypočtete těžiště homogenního rovinného obrazce omezeného osou x a křivkou zadanou parametricky $x = a \bullet (t - \sin t), y = a \bullet (1 - \cos t), t \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

13. Vypočtete těžiště homogenních rovinných oblouků, jestliže :

a) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \ln x, 1 \leq x \leq 2.$

b) $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}, 0 \leq t \leq \sqrt{3}.$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13a 13b

opravit:
 $\sum 14$
