Test č. 2

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr 2001/2002

Mongeovo promítání na dvě k sobě kolmé průmětny

Rýsujte tužkou na formát A4, kladívkový papír není nutný. Vždy vypište text příkladu a své jméno v horní části, druh studia v dolní části. Konstrukci doplňte stručným slovním popisem postupu.

Vyřešte následující základní úlohy. Budou od Vás znovu požadovány jako součást zkoušky a jejich úspěšné absolvování je součástí zápočtu.

(1) (a) Určete stopy roviny ρ, určené dvěma různoběžkami $a \equiv AC$, $b \equiv AB$, $A[0,22,18]$, $B[8,0,29]$, $C[18,10,0]$.

(b) Bodem M veďte rovinu α, rovnoběžnou s rovinou ρ! $M[0,33,18]$, $\rho(-50,22,38)$.

(c) Určete průsečík Q přímky q s rovinou ρ! $q \equiv QP$, $Q[-60,20,28]$, $P[0,5,0]$, $\rho(-24,-56,19)$.

(d) Je dána rovina ρ, přímka m s rovinou ρ různoběžná a bod R, který neleží ani v rovině ρ, ani na přímce m. Sestrojte takovou přímku b, aby procházela bodem R, dále aby byla ještě rovnoběžná s danou rovinou ρ a ještě aby také protínala danou přímku m! $R[10,14,27]$, $\rho(-44,16,28)$, $m = MN$, $M[-40,19,34]$, $N[14,0,7]$.

(e) Určete stopy roviny ρ, je-li tato rovina dána bodem A a přímkou b! $A[20,16,27]$, $b \equiv PB$, $P[12,9,0]$, $B[50,-8,30]$.

(f) Určete průsečík Q přímky m s rovinou α! $m \equiv MR$, $M[-3,0,25)$, $R(-60,22,11)$, $\alpha(-26,14,-50)$.

(g) Určete průsečík Q přímky $m \equiv KR$, $K[-50,14,35]$, $R[0,27,8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a \equiv PA$, $P[-50,39,0]$, $A[0,14,62]$, $b \ni B$, $B[-20,12,0]$.

(2) Sestrojte (i s vyznačením viditelnosti) zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MKL$! $A[-38,12,47]$, $B[9,52,13]$, $C[31,18,34]$, $M[0,53,61]$, $K[-27,25,21]$, $L[35,6,0]$.

(3) (a) Určete vzdálenost d bodu M od dané roviny α! $M[-50, 50, 40]$, $\alpha(-60, 35, 55)$.
(b) V dané rovině ρ leží body A, B. Sestrojte rovnostranný trojúhelník, jestliže i jeho třetí vrchol C bude ležet v dané rovině!
$\rho(50, 60, 30)$, $A[10, ?, 15]$, $B[-10, 60, ?]$.
Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (tj. problém hlavních přímek takové roviny)!
(c) Je dána úsečka s koncovými body $A[-27, 42, 24]$, $B[0, 17, 13]$ a mimoběžná přímka $m \equiv PN$, $P[41, 100, 0]$, $N[-23, 0, 58]$. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník $\triangle ABC$, aby jeho třetí vrchol ležel právě na přímce m!

(4) Sestrojte řez roviny ρ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu $S[-46, 33, 0]$, horní podstava (v rovině rovnoběžné s půdorysnou) má střed ${}^1S[47, 77, 80]$, $r = 21$. Rovina $\rho(23, -8, 5)$.
Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S = S^1S \cap \rho$ a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte obrysové body U, V vzhledem ke 2. průmětu a obrysové body K, R vzhledem k 1. průmětu.

(5) Zobrazte rotační kužel, jsou-li dány body A, B, C kružnice podstavy a je-li výška kužele $v = 80$. $A[-10, 75, 0]$, $B[33, 40, 20]$, $C[0, 95, 63)$,
Pokyny: Sestrojte rovinu $\alpha \equiv ABC$ (pomocí stopníků). Všechny 3 body otočte do půdorysny okolo půdorysné stopy roviny α (užívejte přitom afinity). Trojúhelníku, jehož vrcholy jsou otočené body A, B, C opište kružnici. Tuto kružnici zpětně (afinitou) odvoďte do 1. průmětu (dostanete elipsu). Hlavní osa elipsy v 2. průmětu je stejně dlouhá a rovnoběžná s nárysnou stopou roviny α. Vedlejší osu odvoďte proužkovou konstrukcí.

(6) Sestrojte průsečíky přímky b s kosým kruhovým válcem: $b \equiv RQ$, $R[-84, 66, 0]$, $Q[-40, 38, 60]$. Střed $O[0, 60, 0]$, $r = 35$ kruhové základny v půdorysně. Směr povrchových přímek $o \equiv OL$, $L[-50, 33, 52]$.
Pokyny: Přímkou b proložíte rovinu $\varphi \parallel$ s površkami válce. Po volbě libovolného bodu $H \in b$ zavedete $H \in o' \parallel o$ (bodem H rovnoběžku o' s přímkou o). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny $\varphi = bo'$. Rovina φ protne válec ve dvou rovnoběžných površkách e, f. Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny φ. Průsečíky těchto površek e, f s přímkou b jsou hledané průsečíky X, Y přímky b s válcem. Vyznačte viditelnost přímky b a průsečíků X a Y.

(7) Průsečíky přímky b s kulovou plochou: $b \equiv PQ$, $P[-20, 18, 0]$, $Q[30, 50, 75]$, střed kulové plochy $S[0, 60, 50]$, poloměr $r = 40$.
Pokyny: přímkou b_1 proložte rovinu λ, kolmou k půdorysně (druhá alternativa je: kolmou k nárysně - konejte jen jednu alternativu). Rovina λ řeže kouli v kružnici m. Vyznačte průměr kružnice m_1 (je to úsečka). Najděte střed M_1 na m_1. Sklopte

přímku b_1 do (b) a kružnici m_1 do (m) - nejdříve však (M). Vyhledejte průsečíky (X) a (Y) kružnice (m) a přímky (b). Promítacími přímkami odvoďte X_1 a Y_1, později X_2 a Y_2.

Vyzkoumejte viditelnost průsečíků X a Y vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1. průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů X a Y vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků X a Y vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík X nebo Y k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.

(8) Řez kulové plochy rovinou ρ. Kulová plocha má střed $S[0, 52, 50]$, $r = 43$. Rovina $\rho(62, 57, 70)$.
Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu μ buď kolmou k π nebo k ν středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k π: potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky μ_1) je kolmá k půdorysné stopě p_1^ρ. Sestrojíme třetí průmět ρ_3 roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu S_3). Třetí průmět středu M_3 kružnice řezu je patou kolmice k_3 , vedenou kolmo na rovinu řezu ρ_3. Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu M_1. Dále použijeme znalostí o průmětu kružnice v nakloněné rovině ρ (je-li dána středem M a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka ${}^{I}h^\rho$ první osnovy roviny řezu ρ. Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka ${}^{II}h^\rho$ druhé osnovy.

(9) Sestrojení krychle z daných podmínek. Stěna krychle leží v rovině $\alpha(-60, 70, 50)$ a je dána vrcholem $B[70, 30, ?]$. Dále je řečeno, že hrana krychle má ležet na přímce b, procházející bodem B. Přitom odchylka přímky b od půdorysny je $\varphi = 30°$. Délka hrany krychle $d = 40$.
Pokyny: odvodíme B_2 (hlavní přímkou). Sestrojíme rotační kužel o vrcholu B, podstavě v půdorysně a odchylce povrchových přímek $\varphi = 30°$ od půdorysny. Kruhovou základnu kužele protneme s půdorysnou stopou roviny ve stopníku P^b přímky b. Spojením stopníku s bodem B získáme přímku b. (Ta nyní splňuje už podmínku, že - díky kuželu - svírá odchylku φ s půdorysnou a přitom leží v rovině α, takže může nést hranu krychle). Nyní otočíme do půdorysny nejdříve bod B a potom i přímku b. V otočení sestrojíme čtverec o straně $d = 40$, jehož jeden vrchol je otočený bod (B) a strana leží na otočené přímce (p). Osovou afinitou (p_1^α je osou afinity, B_1 a otočený bod (B) je dvojicí afinních bodů) odvodíme první průmět čtverce. Jeho nárys hlavními přímkami. Vybereme vhodné místo a sestrojíme spádovou přímku první osnovy (kolmou na půdorysnou stopu p_1^α), sklopenou do půdorysny. Kolmo na ni odvodíme sklopenou kolmici (k). Na kolmici někde vyznačíme úsek $d = 40$ a odvodíme délku prvního průmětu (třetího rozměru krychle). Tuto délku rozneseme kružítkem na všechny hrany (které jsou spolu rovnoběžné a současně kolmé k rovině

α). Samostatně sklopíme spádovou přímku druhé osnovy do nárysny a i na ni odvodíme sklopenou kolmici (k). Zase vyznačíme délku třetího rozměru hrany pro nárys.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vrácené opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „*znovu*" znamená je přerýsovat. Látka příkladů 1 až 3 je vybrána jako ukázka. Bez znalosti takových základních úloh nemůžete obdržet ani zápočet. K zápočtu je třeba mít odevzdané opravené příklady a předvést (pod dohledem učitele) znalost „*základních úloh*" z každé projekce.

Typeset by $\mathcal{ZOBI}$–TEX
Mgr. Jan J. Šafařík