

Grafy funkcí.

Goniometrické funkce – grafy

Mezi základními funkcemi známými ze střední školy jsou *goniometrické funkce*.
Připomeneme si některé základní vlastnosti těchto funkcí a užitečné vzorce.



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Grafy funkcí. Goniometrické funkce – grafy

Mezi základními funkcemi známými ze střední školy jsou *goniometrické funkce*.
Připomeneme si některé základní vlastnosti těchto funkcí a užitečné vzorce.

Zapamatujte si:

sinus, $f : y = \sin x$	kosinus, $f : y = \cos x$
$D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \langle -1, 1 \rangle$, funkce je lichá na $D(f)$, periodická na \mathbf{R} s periodou 2π , rostoucí na každém intervalu $\langle -\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$, klesající na každém intervalu $\langle \pi/2 + 2k\pi, 3\pi/2 + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.	$D(f) = \mathbb{R}$, $H(f) = \langle -1, 1 \rangle$, funkce je sudá na $D(f)$, periodická na \mathbf{R} s periodou 2π , rostoucí na každém intervalu $\langle (2k+1)\pi + 2k\pi, (2k+2)\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$, klesající na každém intervalu $\langle 2k\pi + 2k\pi, (2k+1)\pi + 2k\pi \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$					



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0				



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$			



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$		



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$					



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1				



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$			



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$		



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Spolu s periodicitou funkcí \sin , \cos jsou často využívány funkční hodnoty v argumentech $0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$, viz následující tabulka.

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Příklad: *Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy*

1) $y = 3 \sin x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle;$

2) $y = 1 + 2|\cos x|, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle;$

3) $y = 2 \sin 3x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle.$



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Příklad: Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy

1) $y = 3 \sin x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle;$

2) $y = 1 + 2|\cos x|, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle;$

3) $y = 2 \sin 3x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle.$

Řešení:

1) Funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku, obor funkčních hodnot $H(f) = \langle -3, 3 \rangle.$



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



Příklad: Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy

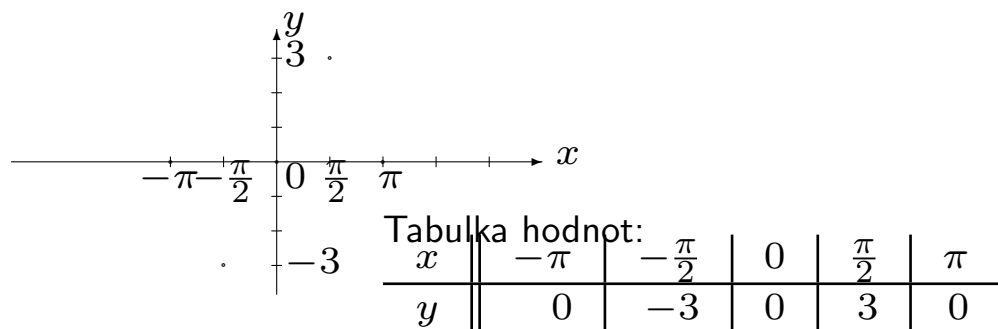
1) $y = 3 \sin x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle;$

2) $y = 1 + 2|\cos x|, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle;$

3) $y = 2 \sin 3x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle.$

Řešení:

1) Funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku, obor funkčních hodnot $H(f) = \langle -3, 3 \rangle.$



Příklad: Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy

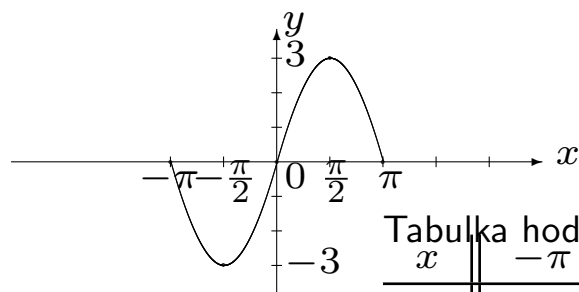
1) $y = 3 \sin x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle;$

2) $y = 1 + 2|\cos x|, \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle;$

3) $y = 2 \sin 3x, \quad x \in \langle -\pi, \pi \rangle.$

Řešení:

1) Funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku, obor funkčních hodnot $H(f) = \langle -3, 3 \rangle$.



Tabulka hodnot:

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	0	-3	0	3	0

2) Je dána funkce $y = 1 + 2|\cos x|$, $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

Tabulka hodnot:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
y	3	1	3	1	3



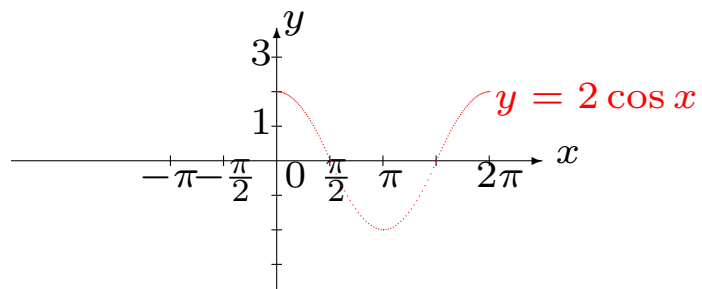
[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



2) Je dána funkce $y = 1 + 2|\cos x|$, $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

Tabulka hodnot:

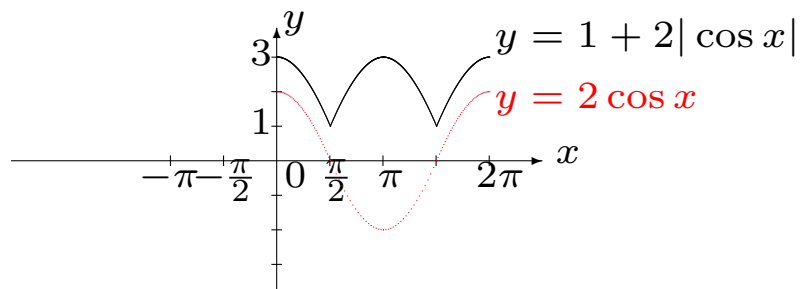
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
y	3	1	3	1	3



2) Je dána funkce $y = 1 + 2|\cos x|$, $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

Tabulka hodnot:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
y	3	1	3	1	3



3) Je dána funkce $y = 2 \sin 3x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$.



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



3) Je dána funkce $y = 2 \sin 3x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$.

Tato funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku.



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



3) Je dána funkce $y = 2 \sin 3x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$.

Tato funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku.

Určíme základní periodu:

Platí $0 \leq 3x \leq 2\pi$, po úpravě $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$. Tj. **základní perioda** dané funkce je $\frac{2}{3}\pi$.



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)



3) Je dána funkce $y = 2 \sin 3x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$.

Tato funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku.

Určíme základní periodu:

Platí $0 \leq 3x \leq 2\pi$, po úpravě $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$. Tj. **základní perioda** dané funkce je $\frac{2}{3}\pi$.

Tabulka hodnot:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
$3x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π	$\frac{5}{2}\pi$	3π
y	0	2	0	-2	0	2	0



[Předchozí krok/Další krok] [Klikni zde pro ukončení]



3) Je dána funkce $y = 2 \sin 3x$, $x \in \langle -\pi, \pi \rangle$.

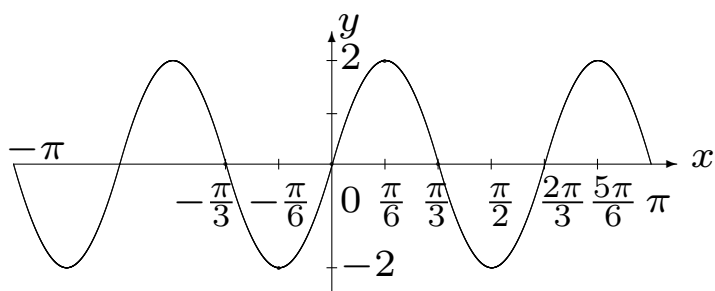
Tato funkce je lichá, graf je symetrický vzhledem k počátku.

Určíme základní periodu:

Platí $0 \leq 3x \leq 2\pi$, po úpravě $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$. Tj. **základní perioda** dané funkce je $\frac{2}{3}\pi$.

Tabulka hodnot:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
$3x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π	$\frac{5}{2}\pi$	3π
y	0	2	0	-2	0	2	0



Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

[Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů](#)

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*



[\[Předchozí krok/Další krok\]](#) [\[Klikni zde pro ukončení\]](#)

