Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $$\cos\varphi_1 = \frac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} =$$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $$\cos\varphi_1 = \frac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \frac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} =$$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $$\cos\varphi_1 = \frac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \frac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$

b) $\vec{d} = B - A =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$;

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$;

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

$\cos\varphi_2 =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

$\cos\varphi_2 = \dfrac{(3, 2, 1) \cdot (0, -2, 1)}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|} =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

$\cos\varphi_2 = \dfrac{(3, 2, 1) \cdot (0, -2, 1)}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|} = \dfrac{0 + (-4) + 1}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2}} =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

$\cos\varphi_2 = \dfrac{(3, 2, 1) \cdot (0, -2, 1)}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|} = \dfrac{0 + (-4) + 1}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{-3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}} =$

Příklad: *Určete úhel vektorů*

a) $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$;

b) $\vec{c} = (3, 2, 1)$, $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [1, -1, 1]$, $B = [1, -3, 2]$.

Řešení: Pro skalární součin vektorů platí $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, kde γ je úhel mezi vektory $\vec{u}, \vec{v}$. Po úpravě máme

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|},$$

za předpokladu, že oba dané vektory jsou nenulové.

Počítejte samostatně, průběžně si kontrolujte výsledky:

a) $\cos\varphi_1 = \dfrac{1 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \dfrac{7}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}};$

b) $\vec{d} = B - A = (0, -2, 1)$,

$\cos\varphi_2 = \dfrac{(3, 2, 1) \cdot (0, -2, 1)}{|\vec{c}| \cdot |\vec{d}|} = \dfrac{0 + (-4) + 1}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{-3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}} = -\dfrac{3}{\sqrt{70}}.$

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*