Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m - 1, m, -m)$, $\vec{b} = (m + 1, 3, m)$.

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$ musí platit rovnost nule, tedy pro kolmost daných vektorů získáme podmínku

$$4m^2 + 2m = 0.$$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$ musí platit rovnost nule, tedy pro kolmost daných vektorů získáme podmínku

$$4m^2 + 2m = 0.$$

Úpravami takto získané kvadratické rovnice bez absolutního členu postupně dostáváme

$$2m^2 + m = 0 \iff$$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$ musí platit rovnost nule, tedy pro kolmost daných vektorů získáme podmínku

$$4m^2 + 2m = 0.$$

Úpravami takto získané kvadratické rovnice bez absolutního členu postupně dostáváme

$$2m^2 + m = 0 \iff m(2m+1) = 0 \iff$$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$ musí platit rovnost nule, tedy pro kolmost daných vektorů získáme podmínku

$$4m^2 + 2m = 0.$$

Úpravami takto získané kvadratické rovnice bez absolutního členu postupně dostáváme

$$2m^2 + m = 0 \iff m(2m+1) = 0 \iff m \in \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}.$$

Příklad: *Určete hodnotu m tak, aby dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ byly kolmé.*

a) $\vec{a} = (m, 2m, -1)$, $\vec{b} = (1, 2m, -m)$;

b) $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$.

Připomenutí: Skalární součin kolmých vektorů je roven nule.

Řešení:

a) Pro $\vec{a} \cdot \vec{b} = (m, 2m, -1) \cdot (1, 2m, -m) = m \cdot 1 + 2m \cdot 2m + (-1) \cdot (-m) = 4m^2 + 2m$ musí platit rovnost nule, tedy pro kolmost daných vektorů získáme podmínku

$$4m^2 + 2m = 0.$$

Úpravami takto získané kvadratické rovnice bez absolutního členu postupně dostáváme

$$2m^2 + m = 0 \iff m(2m+1) = 0 \iff m \in \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}.$$

Dané vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ jsou tedy kolmé pro $m_1 = 0$ nebo $m_2 = -\frac{1}{2}$;

b) Jsou dány vektory $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$ a chceme, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

b) Jsou dány vektory $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$ a chceme, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Tj.

$$(m-1, m, -m) \cdot (m+1, 3, m) \quad = \quad 0$$

b) Jsou dány vektory $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$ a chceme, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Tj.

$$\begin{aligned}(m-1, m, -m) \cdot (m+1, 3, m) &= 0 \\ m^2 - 1 + 3m - m^2 &= 0\end{aligned}$$

b) Jsou dány vektory $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$ a chceme, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Tj.

$$\begin{aligned} (m-1, m, -m) \cdot (m+1, 3, m) &= 0 \\ m^2 - 1 + 3m - m^2 &= 0 \\ 3m - 1 &= 0 \end{aligned}$$

b) Jsou dány vektory $\vec{a} = (m-1, m, -m)$, $\vec{b} = (m+1, 3, m)$ a chceme, aby $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Tj.

$$\begin{aligned} (m-1, m, -m) \cdot (m+1, 3, m) &= 0 \\ m^2 - 1 + 3m - m^2 &= 0 \\ 3m - 1 &= 0 \end{aligned}$$

a z poslední rovnice získáme jedinou hodnotu $m = \frac{1}{3}$, pro niž jsou dané vektory $\vec{a}, \vec{b}$ kolmé.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*