Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1}$, $x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2}$, $a\ge 0$, $b\ge 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1},\ x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2},\ a\geq 0,\ b\geq 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Řešení.

a) Protože pro $a>0$, m celé a n přirozené platí $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, máme pro $a>0,\ b>0$

$$\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}\quad=$$

Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1},\ x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2},\ a\geq 0,\ b\geq 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Řešení.

a) Protože pro $a>0$, m celé a n přirozené platí $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, máme pro $a>0,\ b>0$

$$\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}} = \left(a\,b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(b\,a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}}\,b^{\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\,a^{\frac{1}{6}} =$$

$$=$$

Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1},\ x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2},\ a\geq 0,\ b\geq 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Řešení.

a) Protože pro $a>0$, m celé a n přirozené platí $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, máme pro $a>0,\ b>0$

$$\begin{aligned}\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}} &= \left(a\,b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(b\,a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}}\,b^{\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\,a^{\frac{1}{6}}=\\ &= a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}\,b^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=\\ &=\end{aligned}$$

Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1}$, $x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2}$, $a\geq 0$, $b\geq 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Řešení.

a) Protože pro $a>0$, m celé a n přirozené platí $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, máme pro $a>0$, $b>0$

$$\begin{aligned}
\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}} &= \left(a\,b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(b\,a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}}\,b^{\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\,a^{\frac{1}{6}} = \\
&= a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}\,b^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = \\
&= a^{\frac{4}{6}}\,b^{\frac{3}{6}} = a^{\frac{2}{3}}\,b^{\frac{1}{2}} = \\
&=
\end{aligned}$$

Příklad. Zjednodušíme

a) $\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}}$;

b) $\left(\sqrt{\dfrac{x\cdot\sqrt{x}}{x^{-2}}}:\sqrt{\dfrac{x^{-3}\cdot\sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1}$, $x>0$;

c) $\sqrt[3]{16a^5b^3c^2}$, $a\geq 0$, $b\geq 0$;

d) $\sqrt{(a+b)^3}$.

Řešení.

a) Protože pro $a>0$, m celé a n přirozené platí $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, máme pro $a>0$, $b>0$

$$\begin{aligned}\sqrt{a\,\sqrt[3]{b}}\cdot\sqrt[3]{b\,\sqrt{a}} &= \left(a\,b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(b\,a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}}\,b^{\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\,a^{\frac{1}{6}}=\\ &= a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}}\,b^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}=\\ &= a^{\frac{4}{6}}\,b^{\frac{3}{6}}=a^{\frac{2}{3}}\,b^{\frac{1}{2}}=\\ &= \underline{\underline{\sqrt[3]{a^2}\,\sqrt{b}.}}\end{aligned}$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$\left(\sqrt{\frac{x \ \cdot \ \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \ \cdot \ \sqrt{x}}{x^{2}}} \right)^{-1} \quad =$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^2}}\right)^{-1} = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} =$$

$$=$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^2}}\right)^{-1} = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-1}} \cdot \frac{x}{x^{-\frac{5}{4}}}\right)^{-1} =$$

$$=$$

[Předchozí krok/Další krok] [Klikni zde pro ukončení]

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^2}}\right)^{-1} &= \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} = \\
&= \left(\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-1}} \cdot \frac{x}{x^{-\frac{5}{4}}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{3}{4}+1} \cdot x^{1+\frac{5}{4}}\right)^{-1} = \\
&=
\end{aligned}$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1} &= \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} = \\
&= \left(\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-1}} \cdot \frac{x}{x^{-\frac{5}{4}}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{3}{4}+1} \cdot x^{1+\frac{5}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{7}{4}} \cdot x^{\frac{9}{4}}\right)^{-1} = \\
&=
\end{aligned}
$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^2}}\right)^{-1} &= \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} = \\
&= \left(\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-1}} \cdot \frac{x}{x^{-\frac{5}{4}}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{3}{4}+1} \cdot x^{1+\frac{5}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{7}{4}} \cdot x^{\frac{9}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{16}{4}}\right)^{-1} = \\
&=
\end{aligned}$$

b) Protože pro $x \in \mathbb{R}$ platí $\sqrt{x^2} = |x|$, což pro $x > 0$ je rovno x, máme

$$
\begin{aligned}
\left(\sqrt{\frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^{-2}}} : \sqrt{\frac{x^{-3} \cdot \sqrt{x}}{x^{2}}}\right)^{-1} &= \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x^{-1}} : \frac{x^{-\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}}}{x}\right)^{-1} = \\
&= \left(\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{-1}} \cdot \frac{x}{x^{-\frac{5}{4}}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{3}{4}+1} \cdot x^{1+\frac{5}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{7}{4}} \cdot x^{\frac{9}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \left(x^{\frac{16}{4}}\right)^{-1} = \\
&= \underline{\underline{\left(x^{4}\right)^{-1} = x^{-4} = \frac{1}{x^{4}}.}}
\end{aligned}
$$

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním.

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním.
Základ rozložíme na součin, a pak použijeme vzorce $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním. Základ rozložíme na součin, a pak použijeme vzorce $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

c) Připomeňme, že předpokládáme splnění nerovností $a \geq 0,\ b \geq 0$ (viz zadání).

$$\sqrt[3]{16a^5b^3c^2} \quad =$$

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním. Základ rozložíme na součin, a pak použijeme vzorce $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

c) Připomeňme, že předpokládáme splnění nerovností $a \geq 0,\ b \geq 0$ (viz zadání).

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16a^5b^3c^2} &= \sqrt[3]{8 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot c^2} = \\ &= \end{aligned}$$

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním.
Základ rozložíme na součin, a pak použijeme vzorce $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

c) Připomeňme, že předpokládáme splnění nerovností $a \geq 0,\ b \geq 0$ (viz zadání).

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16a^5b^3c^2} &= \sqrt[3]{8 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot c^2} = \\ &= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} \cdot \sqrt[3]{2a^2c^2}. \end{aligned}$$

Zapamatujte si: Některé odmocniny se dají upravit částečným odmocňováním.
Základ rozložíme na součin, a pak použijeme vzorce $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

c) Připomeňme, že předpokládáme splnění nerovností $a \geq 0,\ b \geq 0$ (viz zadání).

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16a^5b^3c^2} &= \sqrt[3]{8 \cdot 2 \cdot a^3 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot c^2} = \\ &= \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^3} \cdot \sqrt[3]{2a^2c^2}. \end{aligned}$$

Protože $a \geq 0,\ b \geq 0$, bude konečný výsledek $\underline{\underline{2ab\sqrt[3]{2a^2c^2}.}}$

d)

$$\sqrt{(a+b)^3} \quad =$$

d)

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+b)^3} &= \sqrt{(a+b)^2\cdot(a+b)} = \\ &= \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+b)^3} &= \sqrt{(a+b)^2\cdot(a+b)} = \\ &= \sqrt{(a+b)^2}\cdot\sqrt{a+b} = \\ &= \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+b)^3} &= \sqrt{(a+b)^2\cdot(a+b)} = \\ &= \sqrt{(a+b)^2}\cdot\sqrt{a+b} = \\ &= \underline{\underline{|a+b|\cdot\sqrt{a+b}.}}\end{aligned}$$

Dostali jsme finální výsledek – další zjednodušení není možné!!!

d)

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+b)^3} &= \sqrt{(a+b)^2\cdot(a+b)} = \\ &= \sqrt{(a+b)^2}\cdot\sqrt{a+b} = \\ &= \underline{\underline{|a+b|\cdot\sqrt{a+b}.}}\end{aligned}$$

Dostali jsme finální výsledek – další zjednodušení není možné!!!

Zejména OBECNĚ NEPLATÍ $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
Například, když $a = 9,\ b = 16$, pak $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$, zatímco $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$!!!

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*