Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná $a, \ b$ platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 =$$

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná $a,\ b$ platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2.$$

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná $a,\ b$ platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2.$$

Protože pro $a \neq 0,\ r,\ s$ racionální čísla platí $a^r \cdot a^s = a^{r+s},\ (a^r)^s = a^{rs}$, bude dále

$$(2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2 =$$

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná $a,\ b$ platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2.$$

Protože pro $a \neq 0,\ r,\ s$ racionální čísla platí $a^r \cdot a^s = a^{r+s},\ (a^r)^s = a^{rs}$, bude dále

$$(2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2 = 4x^4 - 12x + 9x^{-2}.$$

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná a, b platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2.$$

Protože pro $a \neq 0,\ r,\ s$ racionální čísla platí $a^r \cdot a^s = a^{r+s},\ (a^r)^s = a^{rs}$, bude dále

$$(2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2 = 4x^4 - 12x + 9x^{-2}.$$

Protože pro $a \neq 0,\ n$ přirozené platí $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, bude výsledek

Příklad. Vypočteme

a) $(2x^2 - 3x^{-1})^2$;

b) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$;

c) $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

Řešení.

a) Pro libovolná $a,\ b$ platí $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, proto máme

$$(2x^2 - 3x^{-1})^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2.$$

Protože pro $a \neq 0,\ r,\ s$ racionální čísla platí $a^r \cdot a^s = a^{r+s},\ (a^r)^s = a^{rs}$, bude dále

$$(2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot (-3x^{-1}) + (-3x^{-1})^2 = 4x^4 - 12x + 9x^{-2}.$$

Protože pro $a \neq 0,\ n$ přirozené platí $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, bude výsledek $\underline{\underline{4x^4 - 12x + \frac{9}{x^2},\ x \neq 0.}}$

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

Platí $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$.

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

Platí $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$.
Protože pro nezáporná čísla $a,\ b$ a přirozené číslo n platí $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ bude dále

$$2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} =$$

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$.

Platí $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$.
Protože pro nezáporná čísla a, b a přirozené číslo n platí $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ bude dále

$$2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2.$$

Protože pro $a > 0$, přirozené číslo n a celé číslo s platí $\left(\sqrt[n]{a}\right)^s = \sqrt[n]{a^s}$, speciálně $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$, bude dále

$$6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2 \quad =$$

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$.

Platí $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}$.
Protože pro nezáporná čísla $a,\ b$ a přirozené číslo n platí $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ bude dále

$$2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3} = 6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2.$$

Protože pro $a>0$, přirozené číslo n a celé číslo s platí $\left(\sqrt[n]{a}\right)^s=\sqrt[n]{a^s}$, speciálně $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=\sqrt[n]{a^n}=a$, bude dále

$$\begin{aligned} 6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2 &= 6\cdot 2 - 5\sqrt{6} - 6\cdot 3 = \\ &= \end{aligned}$$

b) Nyní upravíme výraz $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$.

Platí $(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3}$.
Protože pro nezáporná čísla $a,\ b$ a přirozené číslo n platí $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ bude dále

$$2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{3} = 6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2.$$

Protože pro $a>0$, přirozené číslo n a celé číslo s platí $\left(\sqrt[n]{a}\right)^s = \sqrt[n]{a^s}$, speciálně $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$, bude dále

$$\begin{aligned} 6(\sqrt{2})^2 - 9\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 6(\sqrt{3})^2 &= 6\cdot 2 - 5\sqrt{6} - 6\cdot 3 = \\ &= \underline{\underline{-6-5\sqrt{6}.}} \end{aligned}$$

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele.

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

c)

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \quad =$$

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

c)

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} =$$

$$=$$

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

c)

$$
\begin{aligned}
\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} &= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \\
&= \frac{2^2 - 4\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \\
&=
\end{aligned}
$$

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

c)

$$
\begin{aligned}
\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} &= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \\
&= \frac{2^2 - 4\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \\
&= \frac{4 - 4\sqrt{3} + 3}{4-3} = \\
&=
\end{aligned}
$$

Zapamatujte si: Usměrňování jmenovatele je úprava, která vede k odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se rozšířením zlomku tak, aby ve jmenovateli vyšel rozdíl čtverců $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

c)

$$
\begin{aligned}
\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} &= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \\
&= \frac{2^2 - 4\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \\
&= \frac{4 - 4\sqrt{3} + 3}{4-3} = \\
&= \underline{\underline{7 - 4\sqrt{3}}}
\end{aligned}
$$

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*