

Informace ke zkoušce z předmětů BA002 a BAA002

Přehled základních úloh

I. Integrální počet

1. *Výpočet integrálů úpravou a 1. substituční metodou.* Integrace funkcí typů $\frac{f'}{f}$, $\frac{f'}{\sqrt{f}}$, $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ a $\frac{ax+b}{\sqrt{cx^2+dx+e}}$ (pro diskriminant < 0), $\frac{A}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$.
2. *Integrace metodou per-partes* (například funkcí typů x^2e^{ax+b} , $x^2 \ln(ax+b)$, $x \arctg(ax+b)$, $e^{ax+b} \cos(cx)$).
3. *Integrace racionální funkce* (bez integrálu typu $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$, $n \geq 2$).
4. *Integrace vybraných iracionálních funkcí* (například: $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx$, $\int x \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$, $\int \sqrt{a^2 \pm b^2 x^2} dx$).
5. *Integrace funkcí $R(\sin x, \cos x)$ při zadané substituci.*
6. *Integrační metody pro určitý integrál.*
7. *Geometrické aplikace určitého integrálu* (plošný obsah, délka oblouku, objem a obsah pláště rotačního tělesa pro explicitní a parametrické zadání funkce).
8. *Výpočet těžiště oblouku a rovinné oblasti.* U technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

II. Reálná funkce dvou a více proměnných

1. Nalezení *Taylorova polynomu* zadaného stupně v bodě $[x_0, y_0]$.
2. *Funkce jedné proměnné daná implicitně* rovnicí $F(x, y) = 0$ a bodem $A = [x_0, y_0]$, výpočet prvních a druhých derivací takové funkce. Nalezení rovnic *tečny a normály* ke grafu funkce dané implicitně v okolí bodu A .
3. *Tečná rovina a normála plochy* zadané explicitně funkcí $z = f(x, y)$, nebo implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ v bodě M plochy.
4. *Lokální extrémy* funkce dvou proměnných.
5. *Absolutní extrémy* funkce dvou proměnných na oborech, na nichž lze hranici po částech parametrizovat.

Semestrální zkouška je písemná.

Písemná práce trvá 90 minut.

Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).

Každý student si přinese psací potřeby a sešíváčkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.

Nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.

Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Semestrální zkouška studenta je hodnocena 100 body a je úspěšná, jestliže je počet bodů z písemné práce alespoň 50.

Studenti mají pro přípravu ke zkoušce k dispozici generátor možných zkouškových typů příkladů předmětu BA07–Matematika I₂, na adrese <http://math.fce.vutbr.cz/easymath/generator.htm>.

Ukázková písemka I

1. Vypočtete

$$\int \frac{5x - 4}{x^3 - x^2 - 2x} dx, x \in (2, \infty)$$

2. Vypočtete délku křivky

$$y = \ln(\sin x), x \in \left\langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

3. Vypočtete globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y$$

na oblasti ohraničené přímkami

$$x = 0, y = 0, x + y + 3 = 0.$$

4. Vypočtete obsah obrazce

$$x \in (1, \infty), 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$$

5. Je rovnicí $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$ dána implicitně nějaká funkce $z = f(x, y)$? Zdůvodněte.

Ukázková písemka II

1. Vypočtete

$$\int \frac{\sin^3 x}{1 + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x} dx, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ substitucí } \cos x = t$$

2. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného křivkou

$$x = 4 \sin t \cos t, y = 2 \sin t, t \in \langle 0, \pi \rangle$$

3. Určete Maclaurinův polynom 2. stupně funkce

$$f : z = (1 - x) \sin \left(y + \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Vypočtete

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(x+2)^5}$$

5. Určete definiční obor funkce

$$z = \arcsin(x^2 + y^2 - 1)$$