

Informace ke zkoušce z předmětu BA003

Přehled základních úloh

I. Integrální počet II

1. *Dvojný integrál.* Výpočet podle Fubiniovy věty i pomocí transformací (polární souřadnice, zobecněné polární souřadnice, translace).
2. *Geometrické aplikace dvojného integrálu* (plošný obsah obrazce a části plochy, objem tělesa).
3. *Výpočet momentů a těžiště tenké desky.*
4. *Trojný integrál.* Výpočet podle Fubiniovy věty i pomocí transformací (cylindrické a sférické souřadnice, zobecněné cylindrické souřadnice, translace).
5. *Aplikace trojného integrálu* (objem, hmotnost a těžiště tělesa).
6. *Křivkový integrál ve skalárním poli.* Výpočet a aplikace (délka křivky, obsah válcové plochy).
7. *Výpočet hmotnosti, momentů a těžiště tenkého vlákna.*
8. *Divergence a rotace vektorového pole.*
9. *Křivkový integrál ve vektorovém poli.* Výpočet a aplikace (práce, Greenova věta, obsah rovinné oblasti).
10. *Nezávislost křivkového integrálu na integrační cestě, výpočet potenciálu* (v \mathbb{R}^2 i \mathbb{R}^3).

II. Diferenciální rovnice

1. *Diferenciální rovnice 1. řádu.* Výpočet obecného a partikulárního řešení pro rovnice separované, lineární a exaktní.
2. *Lineární diferenciální rovnice 2. řádu* s konstantními koeficienty, homogenní a nehomogenní. Řešení metodou neurčitých koeficientů a variací konstant.

Semestrální zkouška je písemná.

Řeší se 3 příklady a 2 otázky v čase 90 minut.

V příkladové části je jeden dvojný nebo trojný integrál, jeden křivkový integrál, jeden příklad z diferenciálních rovnic 1. nebo 2. řádu. U případných technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

Otázky vycházejí z přednášek a mohou mít i podobu minipříkladů.

Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).

Každý student si přinese psací potřeby a sešívačkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.

Nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.

Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Semestrální zkouška studenta je úspěšná, když součet bodů z provedeného písemného zkoušení (max. $70 = 3 \times 20$ za příklady + 2×5 za otázky) s body získanými ve cvičení (max. 30) je alespoň 50 podle tabulky Studijního a zkušebního řádu VUT. U studentů, kteří mají zápočet uznán z předchozího akademického roku studia, se prováděná písemná zkouška hodnotí počtem max. 100 bodů. Pokud si student nenechá zápočet uznat a navštěvuje znovu cvičení, jsou mu do hodnocení zkoušky započítány nově získané body.

Studenti mají pro přípravu ke zkoušce k dispozici generátor možných zkouškových typů příkladů předmětu BA02–Matematika II, na adrese <http://math.fce.vutbr.cz>.

Ukázková písemka I

1. Vypočtete

$$\iint_A e^{-x^2-y^2} dx dy, A: x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$$

2. Vypočtete

$$\int_{\gamma} \frac{x}{1+y^2} ds, \gamma: x = 3 \cos t, y = 3 \sin t, z = 4t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

3. Vypočtete partikulární řešení rovnice

$$\sin y \cos x \cdot y' = \cos y \sin x, y(0) = \frac{\pi}{4}$$

4. Vypočtete rotaci pole

$$\vec{f} = (x, -z^2, y^2)$$

5. Napište předpokládaný tvar partikulárního řešení rovnice

$$y'' + y = x \cos x$$

Ukázková písemka II

1. Vypočtete plošný obsah rovinného obrazce

$$A: y \geq 5x - x^2, y \leq x + 4, x \leq 5, y \geq 0$$

2. Vypočtete

$$\int_{\vec{\gamma}} x dx + (x+y) dy + (x+y+z) dz$$

$\vec{\gamma}: x = \sin t, y = \cos t, z = \sin t + \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi$, orientace souhlasná s parametrickým vyjádřením

3. Vypočtete obecné řešení rovnice

$$y'' - 3y' + 2y = x + 1 - e^{2x}$$

4. Vypočtete jakobián transformace (x, y) do (u, v)

$$x = \frac{u-v}{3}, y = \frac{2u+v}{3}$$

5. Ukažte, že funkce $y = \frac{1}{4}(x+c)^2$ je pro každé $c \in \mathbb{R}$ řešením diferenciální rovnice $y' = \sqrt{y}$. Najděte její singulární řešení.