

# Informace ke zkoušce z předmětu BA002

## Přehled základních úloh

### I. Integrální počet

1. *Výpočet integrálů úpravou a 1. substituční metodou.* Integrace funkcí typů  $\frac{f'}{f}$ ,  $\frac{f'}{\sqrt{f}}$ ,  $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$  a  $\frac{ax+b}{\sqrt{cx^2+dx+e}}$  (pro diskriminant  $< 0$ ),  $\frac{A}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$ .
2. *Integrace metodou per-partes* (například funkcí typů  $x^2e^{ax+b}$ ,  $x^2 \ln(ax+b)$ ,  $x \operatorname{arctg}(ax+b)$ ,  $e^{ax+b} \cos(cx)$ ).
3. *Integrace racionální funkce* (bez integrálu typu  $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$ ,  $n \geq 2$ ).
4. *Integrace vybraných iracionálních funkcí* (například:  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx$ ,  $\int x \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$ ,  $\int \sqrt{a^2 \pm b^2 x^2} dx$ ).
5. *Integrace funkcí  $R(\sin x, \cos x)$  při zadané substituci.*
6. *Integrační metody pro určitý integrál.*
7. *Geometrické aplikace určitého integrálu* (plošný obsah, délka oblouku, objem a obsah pláště rotačního tělesa pro explicitní a parametrické zadání funkce).
8. *Výpočet těžiště oblouku a rovinné oblasti.* U technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

### II. Reálná funkce dvou a více proměnných

1. Nalezení *Taylorova polynomu* zadaného stupně v bodě  $[x_0, y_0]$ .
2. *Funkce jedné proměnné daná implicitně* rovnicí  $F(x, y) = 0$  a bodem  $A = [x_0, y_0]$ , výpočet prvních a druhých derivací takové funkce. Nalezení rovnic *tečny a normály* ke grafu funkce dané implicitně v okolí bodu  $A$ .
3. *Tečná rovina a normála plochy* zadané explicitně funkcí  $z = f(x, y)$ , nebo implicitně rovnicí  $F(x, y, z) = 0$  v bodě  $M$  plochy.
4. *Lokální extrémy* funkce dvou proměnných.
5. *Absolutní extrémy* funkce dvou proměnných na oborech, na nichž lze hranici po částech parametrizovat.

#### Semestrální zkouška je písemná.

Řeší se 3 příklady a 2 otázky v čase 90 minut.

V příkladové části jeden neurčitý integrál, jeden určitý integrál nebo aplikaci určitého integrálu, jeden příklad z funkce dvou a více proměnných.

Otázky vycházejí z přednášek a mohou mít i podobu minipříkladů.

Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).

Každý student si přinese psací potřeby a sešíváčkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.

Mobily a chytré hodinky budou během zkoušky vypnuty a schovány.

Nejsou povoleny žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.

Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Semestrální zkouška studenta je úspěšná, když součet bodů z provedeného písemného zkoušení (max. 70 = 3×20 za příklady + 2×5 za otázky) s body získanými ve cvičení (max. 30) je alespoň 50 podle tabulky Studijního a zkušebního řádu VUT. U studentů, kteří mají zápočet uznán z předchozího akademického roku studia, se prováděná písemná zkouška hodnotí počtem max. 100 bodů. Pokud si student nenechá zápočet uznat a navštěvuje znovu cvičení, jsou mu do hodnocení zkoušky započítány nově získané body.

Studenti mají pro přípravu ke zkoušce k dispozici generátor možných zkouškových typů příkladů předmětu BA07–Matematika  $I_2$ , na adrese <http://math.fce.vutbr.cz/easymath/generator.htm>.

## Ukázková písemka I

1. Vypočtete

$$\int \frac{5x - 4}{x^3 - x^2 - 2x} dx, \quad x \in (2, \infty)$$

2. Vypočtete délku křivky

$$y = \ln(\sin x), \quad x \in \left\langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

3. Vypočtete globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y$$

na oblasti ohraničené přímkami

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y + 3 = 0.$$

4. Vypočtete obsah obrazce

$$x \in (1, \infty), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$$

5. Je rovnicí  $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$  dána implicitně nějaká funkce  $z = f(x, y)$ ? Zdůvodněte.

## Ukázková písemka II

1. Vypočtete

$$\int \frac{\sin^3 x}{1 + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x} dx, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ substitucí } \cos x = t$$

2. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného křivkou

$$x = 4 \sin t \cos t, \quad y = 2 \sin t, \quad t \in \langle 0, \pi \rangle$$

3. Určete Maclaurinův polynom 2. stupně funkce

$$f : z = (1 - x) \sin \left(y + \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Vypočtete

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(x+2)^5}$$

5. Určete definiční obor funkce

$$z = \arcsin(x^2 + y^2 - 1)$$