Příklad: *Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy*

$$1)\quad y = 2x - 1, \qquad 2)\quad y = |x-1| + |3-x|,$$
$$3)\quad y = \frac{x^2 - x}{x-1}, \qquad 4)\quad y = 2 - \sqrt{x^2}.$$

Příklad: *Načrtněte grafy funkcí f určených funkčními předpisy*

$$1)\quad y = 2x - 1, \qquad 2)\quad y = |x-1| + |3-x|,$$
$$3)\quad y = \frac{x^2 - x}{x-1}, \qquad 4)\quad y = 2 - \sqrt{x^2}.$$

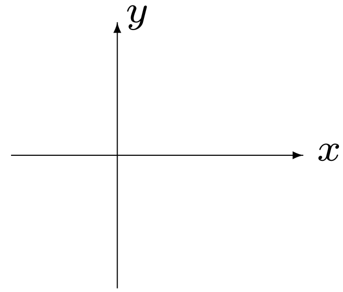
Řešení:

Grafem lineární funkce $y = kx + q$ je přímka, přičemž číslo k nazýváme směrnicí přímky, číslo $q \in \mathbb{R}$ označuje ,,úsek", který vytíná přímka na ose y.

1) Je dána funkce $y = 2x - 1$. Například pro $x = 0$ dostáváme $y = -1$ a pro $x = \frac{1}{2}$ je $y = 0$.

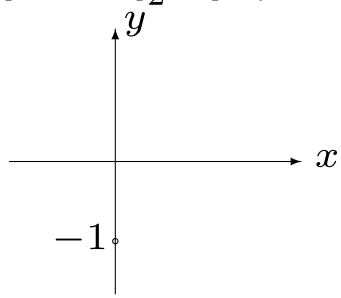
1) Je dána funkce $y = 2x - 1$. Například pro $x = 0$ dostáváme $y = -1$ a pro $x = \frac{1}{2}$ je $y = 0$.

Přímka tedy prochází body $A = [0, -1]$, $B = [\frac{1}{2}, 0]$. (Samostatně kreslete obrázek.)



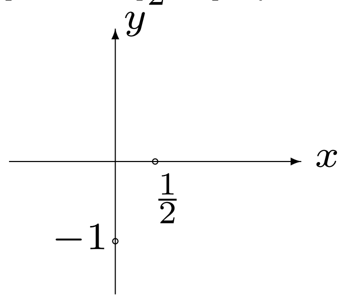
1) Je dána funkce $y = 2x - 1$. Například pro $x = 0$ dostáváme $y = -1$ a pro $x = \frac{1}{2}$ je $y = 0$.

Přímka tedy prochází body $A = [0, -1]$, $B = [\frac{1}{2}, 0]$. (Samostatně kreslete obrázek.)



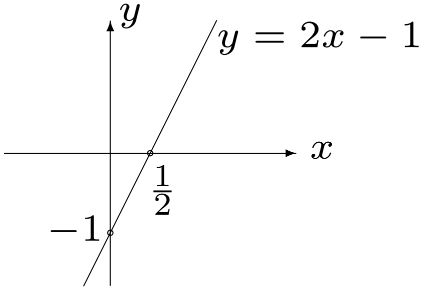
1) Je dána funkce $y = 2x - 1$. Například pro $x = 0$ dostáváme $y = -1$ a pro $x = \frac{1}{2}$ je $y = 0$.

Přímka tedy prochází body $A = [0, -1]$, $B = [\frac{1}{2}, 0]$. (Samostatně kreslete obrázek.)



1) Je dána funkce $y = 2x - 1$. Například pro $x = 0$ dostáváme $y = -1$ a pro $x = \frac{1}{2}$ je $y = 0$.

Přímka tedy prochází body $A = [0, -1]$, $B = [\frac{1}{2}, 0]$. (Samostatně kreslete obrázek.)



2) Je dána funkce $y = |x - 1| + |3 - x|$.

2) Je dána funkce $y = |x - 1| + |3 - x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$y = -x + 1 + 3 - x \quad = 4 - 2x \quad \text{pro} \quad x \in (-\infty, 1),$$

2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

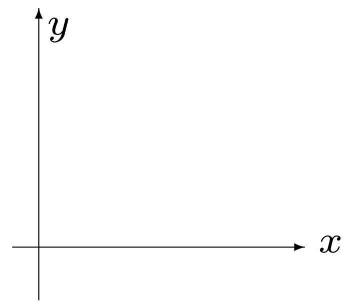
$$\begin{aligned} y &= -x+1+3-x &&= 4-2x && \text{pro} \quad x \in (-\infty, 1), \\ y &= x-1+3-x &&= 2 && \text{pro} \quad x \in \langle 1, 3), \end{aligned}$$

2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$
\begin{aligned}
y &= -x+1+3-x &&= 4-2x && \text{pro} && x \in (-\infty, 1), \\
y &= x-1+3-x &&= 2 && \text{pro} && x \in \langle 1, 3), \\
y &= x-1-3+x &&= 2x-4 && \text{pro} && x \in \langle 3, \infty).
\end{aligned}
$$

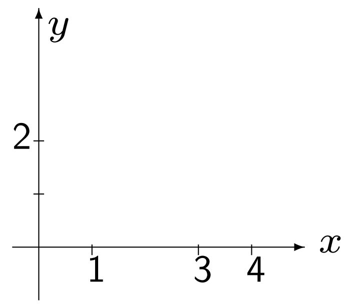
2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$
\begin{aligned}
y &= -x+1+3-x &&= 4-2x &&\text{pro} && x \in (-\infty, 1),\\
y &= x-1+3-x &&= 2 &&\text{pro} && x \in \langle 1, 3),\\
y &= x-1-3+x &&= 2x-4 &&\text{pro} && x \in \langle 3, \infty).
\end{aligned}
$$



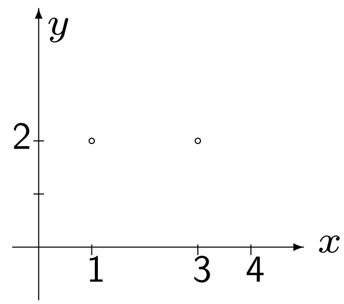
2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$\begin{aligned} y &= -x+1+3-x &&= 4-2x && \text{pro} \quad x \in (-\infty, 1), \\ y &= x-1+3-x &&= 2 && \text{pro} \quad x \in \langle 1, 3), \\ y &= x-1-3+x &&= 2x-4 && \text{pro} \quad x \in \langle 3, \infty). \end{aligned}$$



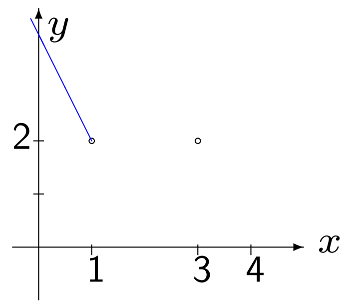
2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$\begin{aligned} y &= -x+1+3-x &&= 4-2x && \text{pro} \quad x \in (-\infty, 1), \\ y &= x-1+3-x &&= 2 && \text{pro} \quad x \in \langle 1, 3), \\ y &= x-1-3+x &&= 2x-4 && \text{pro} \quad x \in \langle 3, \infty). \end{aligned}$$



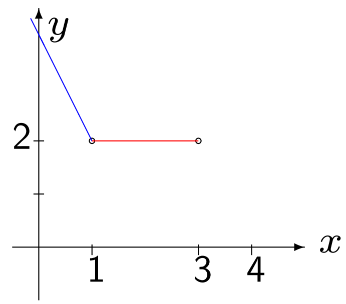
2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$\begin{aligned}
y &= -x+1+3-x && = 4-2x && \text{pro} && x \in (-\infty, 1), \\
y &= x-1+3-x && = 2 && \text{pro} && x \in \langle 1, 3), \\
y &= x-1-3+x && = 2x-4 && \text{pro} && x \in \langle 3, \infty).
\end{aligned}$$



2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

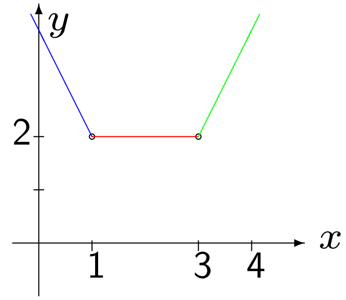
$$\begin{aligned} y &= -x+1+3-x &&= 4-2x &&\text{pro} \quad x \in (-\infty, 1), \\ y &= x-1+3-x &&= 2 &&\text{pro} \quad x \in \langle 1, 3), \\ y &= x-1-3+x &&= 2x-4 &&\text{pro} \quad x \in \langle 3, \infty). \end{aligned}$$



[Předchozí krok/Další krok] [Klikni zde pro ukončení]

2) Je dána funkce $y = |x-1| + |3-x|$. Nulové body výrazů v absolutních hodnotách nám rozdělí číselnou osu na intervaly, v nichž jsme schopni jednoznačně určit znaménka výrazů v absolutních hodnotách a tím také vyjádřit funkční předpisy v jednotlivých intervalech bez absolutních hodnot. Dostaneme tak

$$\begin{aligned}
y &= -x+1+3-x &&= 4-2x && \text{pro} && x \in (-\infty, 1), \\
y &= x-1+3-x &&= 2 && \text{pro} && x \in \langle 1, 3), \\
y &= x-1-3+x &&= 2x-4 && \text{pro} && x \in \langle 3, \infty).
\end{aligned}$$



3) Je dána funkce $y = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$.

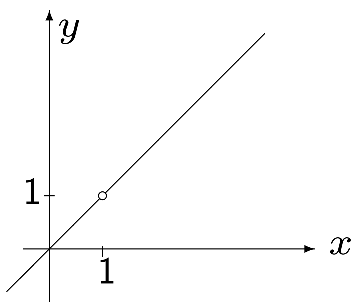
3) Je dána funkce $y = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$.

Úpravami převedeme funkční předpis na tvar $y = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$.

3) Je dána funkce $y = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$.

Úpravami převedeme funkční předpis na tvar $y = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$.

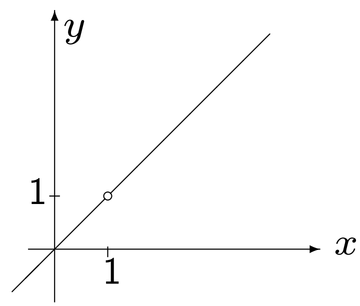
Je nutné si ale uvědomit, že funkce g určená předpisem $y = x$ se nerovná funkci f určené předpisem $y = \frac{x^2-x}{x-1}$, neboť se liší ve svých definičních oborech. Graf funkce f je tedy následující:



3) Je dána funkce $y = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$.

Úpravami převedeme funkční předpis na tvar $y = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$.

Je nutné si ale uvědomit, že funkce g určená předpisem $y = x$ se nerovná funkci f určené předpisem $y = \frac{x^2-x}{x-1}$, neboť se liší ve svých definičních oborech. Graf funkce f je tedy následující:



„Prázdným kolečkem" značíme, že bod $[1, 1]$ není součástí grafu, protože daná funkce není definovaná pro $x = 1$.

4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$,

4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$, což souhrnně zapíšeme

4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$, což souhrnně zapíšeme

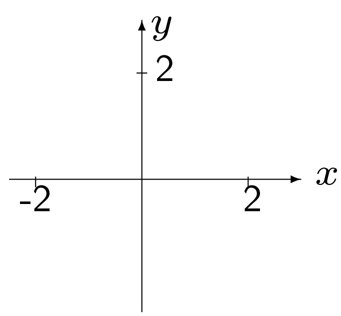
$$y = \begin{cases} 2 + x & \text{pro } x \leq 0; \\ 2 - x & \text{pro } x > 0. \end{cases}$$

4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$, což souhrnně zapíšeme

$$y = \begin{cases} 2 + x & \text{pro } x \leq 0; \\ 2 - x & \text{pro } x > 0. \end{cases}$$

Odtud máme graf ve tvaru

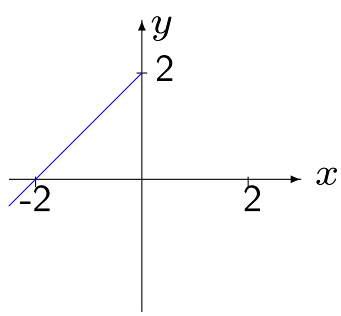


4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$, což souhrnně zapíšeme

$$y = \begin{cases} 2 + x & \text{pro } x \leq 0; \\ 2 - x & \text{pro } x > 0. \end{cases}$$

Odtud máme graf ve tvaru

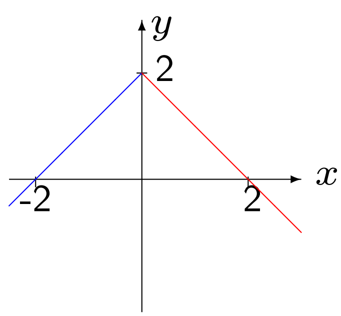


4) Je dána funkce $y = 2 - \sqrt{x^2}$.

Funkční předpis upravíme na tvar $y = 2 - |x|$ a zjistíme, že odpovídající funkční předpis pro $x > 0$ je $y = 2 - x$ a pro $x \leq 0$ je $y = 2 + x$, což souhrnně zapíšeme

$$y = \begin{cases} 2 + x & \text{pro } x \leq 0; \\ 2 - x & \text{pro } x > 0. \end{cases}$$

Odtud máme graf ve tvaru



Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*