Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících kvadratických rovnic:

a) $9x^2 - 12x + 4 = 0$;

b) $x^2 + 6x + 7 = 0$;

c) $2x^2 - x + 3 = 0$;

d) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících kvadratických rovnic:

a) $9x^2 - 12x + 4 = 0;$

b) $x^2 + 6x + 7 = 0;$

c) $2x^2 - x + 3 = 0;$

d) $3x^2 + 2x - 5 = 0.$

Klíčová slova (termíny k zapamatování):

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících kvadratických rovnic:

a) $9x^2 - 12x + 4 = 0$;

b) $x^2 + 6x + 7 = 0$;

c) $2x^2 - x + 3 = 0$;

d) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): kvadratická rovnice, kořeny kvadratické rovnice, diskriminant, řešitelnost kvadratické rovnice v reálném oboru, jeden dvojnásobný kořen, dva různé reálné kořeny.

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výraz $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice a značí se D.

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výraz $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice a značí se D. Kvadratická rovnice má řešení v oboru reálných čísel, právě když je diskriminant nezáporný, tj. $D = b^2 - 4ac \geq 0$. Neboť pak je v $\mathbb{R}$ definována odmocnina $\sqrt{D}$.

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0, \; a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výraz $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice a značí se D. Kvadratická rovnice má řešení v oboru reálných čísel, právě když je diskriminant nezáporný, tj. $D = b^2 - 4ac \geq 0$. Neboť pak je v $\mathbb{R}$ definována odmocnina $\sqrt{D}$.

- Je-li $D = 0$, vyhovuje kvadratické rovnici jediné reálné číslo $-\frac{b}{2a}$, které představuje dvojnásobný kořen rovnice.

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0, \; a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výraz $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice a značí se D. Kvadratická rovnice má řešení v oboru reálných čísel, právě když je diskriminant nezáporný, tj. $D = b^2 - 4ac \geq 0$. Neboť pak je v $\mathbb{R}$ definována odmocnina $\sqrt{D}$.

- Je-li $D = 0$, vyhovuje kvadratické rovnici jediné reálné číslo $-\frac{b}{2a}$, které představuje dvojnásobný kořen rovnice. Levá strana kvadratické rovnice, která má dvojnásobný kořen, je druhou mocninou lineárního dvojčlenu.

Kvadratická rovnice $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$, má dva kořeny, které můžeme určit pomocí vzorce

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Výraz $b^2 - 4ac$ se nazývá diskriminant kvadratické rovnice a značí se D. Kvadratická rovnice má řešení v oboru reálných čísel, právě když je diskriminant nezáporný, tj. $D = b^2 - 4ac \geq 0$. Neboť pak je v $\mathbb{R}$ definována odmocnina $\sqrt{D}$.

- Je-li $D = 0$, vyhovuje kvadratické rovnici jediné reálné číslo $-\frac{b}{2a}$, které představuje dvojnásobný kořen rovnice. Levá strana kvadratické rovnice, která má dvojnásobný kořen, je druhou mocninou lineárního dvojčlenu.
- Je-li $D > 0$, má kvadratické rovnice dva různé reálné kořeny.

Řešení.

a) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $9x^2 - 12x + 4 = 0$ jsou $a = 9,\ b = -12,\ c = 4.$

Řešení.

a) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $9x^2 - 12x + 4 = 0$ jsou $a = 9,\ b = -12,\ c = 4.$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac =$

Řešení.

a) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $9x^2 - 12x + 4 = 0$ jsou $a = 9,\ b = -12,\ c = 4$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 144 - 144 = 0$.

Řešení.

a) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $9x^2 - 12x + 4 = 0$ jsou $a = 9,\ b = -12,\ c = 4.$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 144 - 144 = 0.$

Rovnice má jediný dvojnásobný kořen $-\frac{b}{2a} =$

Řešení.

a) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $9x^2 - 12x + 4 = 0$ jsou $a = 9,\ b = -12,\ c = 4$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 144 - 144 = 0$.

Rovnice má jediný dvojnásobný kořen $-\frac{b}{2a} = \frac{12}{2 \cdot 9} = \frac{2}{3}$.

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac =$

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$.

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

Podle vzorce je

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

Podle vzorce je

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2} =$$

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

Podle vzorce je

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{2} =$$

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

Podle vzorce je

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -3 \pm \sqrt{2}.$$

b) Koeficienty jednotlivých členů rovnice $x^2 + 6x + 7 = 0$ jsou $a = 1,\ b = 6,\ c = 7$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8 > 0$. Rovnice tedy má dva různé reálné kořeny.

Podle vzorce je

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -3 \pm \sqrt{2}.$$

c) V rovnici $2x^2 - x + 3 = 0$ je $a = 2,\ b = -1,\ c = 3$.

c) V rovnici $2x^2 - x + 3 = 0$ je $a = 2,\ b = -1,\ c = 3.$

Diskriminant $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 - 24 = -23 < 0.$

c) V rovnici $2x^2 - x + 3 = 0$ je $a = 2,\ b = -1,\ c = 3$.

Diskriminant $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 - 24 = -23 < 0$. Tedy daná rovnice nemá v množině $\mathbb{R}$ řešení.

d) V rovnici $3x^2+2x-5=0$ je $a=3,\ b=2,\ c=-5$.

d) V rovnici $3x^2+2x-5=0$ je $a=3,\ b=2,\ c=-5$. Diskriminant $D=2^2-4\cdot3\cdot(-5)=4+6=64>0$.

d) V rovnici $3x^2 + 2x - 5 = 0$ je $a = 3,\ b = 2,\ c = -5$. Diskriminant $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 4 + 6 = 64 > 0$.

Rovnice má dva různé reálné kořeny.

$$x_{1,2} =$$

d) V rovnici $3x^2+2x-5=0$ je $a=3,\ b=2,\ c=-5$. Diskriminant $D=2^2-4\cdot3\cdot(-5)=4+6=64>0$.

Rovnice má dva různé reálné kořeny.

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\cdot3}=$$

d) V rovnici $3x^2 + 2x - 5 = 0$ je $a = 3,\ b = 2,\ c = -5$. Diskriminant $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 4 + 6 = 64 > 0$.

Rovnice má dva různé reálné kořeny.

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm 8}{6} =$$

d) V rovnici $3x^2+2x-5=0$ je $a=3,\ b=2,\ c=-5$. Diskriminant $D=2^2-4\cdot3\cdot(-5)=4+6=64>0$.

Rovnice má dva různé reálné kořeny.

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\cdot3}=\frac{-2\pm8}{6}=\left\{\begin{array}{r}1\\-\frac{5}{3}\end{array}\right.$$

Zkouška pro kořen $x_1=1$: $L=3\cdot1^2+2\cdot1-5=0=P$;

d) V rovnici $3x^2+2x-5=0$ je $a=3,\ b=2,\ c=-5$. Diskriminant $D=2^2-4\cdot3\cdot(-5)=4+6=64>0$.

Rovnice má dva různé reálné kořeny.

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\cdot3}=\frac{-2\pm8}{6}=\left\{\begin{array}{r}1\\ -\frac{5}{3}\end{array}\right.$$

Zkouška pro kořen $x_1=1$: $L=3\cdot1^2+2\cdot1-5=0=P$;

a pro kořen $x_2=-\frac{5}{3}$: $L=3\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)^2+2\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)-5=\frac{25}{3}-\frac{10}{3}-5=0=P$.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*