Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1} \right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$a \neq 0,$

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$a \neq 0,\ 2-2a^2 = 2(1-a^2) = 2(1-a)(1+a) \neq 0,$

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$a \neq 0,\ 2-2a^2 = 2(1-a^2) = 2(1-a)(1+a) \neq 0,\ 2-2a = 2(1-a) \neq 0,$

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1} \right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$a \neq 0,\ 2-2a^2 = 2(1-a^2) = 2(1-a)(1+a) \neq 0,\ 2-2a = 2(1-a) \neq 0,\ a+1 \neq 0,$

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$$a\neq 0,\ 2-2a^2=2(1-a^2)=2(1-a)(1+a)\neq 0,\ 2-2a=2(1-a)\neq 0,\ a+1\neq 0,\ a^2-a=a(a-1)\neq 0.$$

Příklad. Upravíme výraz

$$\frac{1}{a}-\left(\frac{a^2+3}{2-2a^2}-\frac{a+1}{2-2a}-\frac{3-2a}{a+1}\right)\cdot\frac{1+a^3}{a^2-a}$$

a určíme jeho definiční obor v množině reálných čísel.

Řešení. Protože jmenovatele zadaných zlomků musí být nenulové, platí tyto podmínky

$$a\neq 0,\ 2-2a^2=2(1-a^2)=2(1-a)(1+a)\neq 0,\ 2-2a=2(1-a)\neq 0,\ a+1\neq 0,\ a^2-a=a(a-1)\neq 0.$$

Definičním oborem daného výrazu je tedy $\mathbb{R}-\{-1,0,1\}$.

Protože nejmenším společným jmenovatelem zlomků v závorce je $2(1-a)(1+a)$ a platí

$$1 + a^3 = 1^3 + a^3 = (1+a)(1-a+a^2)$$

máme

$$\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1} \right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a} =$$

$$=$$

Protože nejmenším společným jmenovatelem zlomků v závorce je $2(1-a)(1+a)$ a platí

$$1+a^3 = 1^3 + a^3 = (1+a)(1-a+a^2)$$

máme

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a} = \\
&= \frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2(1-a^2)} - \frac{a+1}{2(1-a)} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)} = \\
&=
\end{aligned}$$

Protože nejmenším společným jmenovatelem zlomků v závorce je $2(1-a)(1+a)$ a platí

$$1+a^3 = 1^3 + a^3 = (1+a)(1-a+a^2)$$

máme

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a} = \\
&= \frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2(1-a^2)} - \frac{a+1}{2(1-a)} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)} = \\
&= \frac{1}{a} - \frac{a^2+3-(a+1)^2-(3-2a)2(1-a)}{2(1-a)(1+a)} \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)}.
\end{aligned}$$

Protože nejmenším společným jmenovatelem zlomků v závorce je $2(1-a)(1+a)$ a platí

$$1+a^3 = 1^3 + a^3 = (1+a)(1-a+a^2)$$

máme

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a} = \\
&= \frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2(1-a^2)} - \frac{a+1}{2(1-a)} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)} = \\
&= \frac{1}{a} - \frac{a^2+3-(a+1)^2-(3-2a)2(1-a)}{2(1-a)(1+a)} \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)}.
\end{aligned}$$

Po zkrácení výrazem $a+1$, umocnění a roznásobení dostáváme

Protože nejmenším společným jmenovatelem zlomků v závorce je $2(1-a)(1+a)$ a platí

$$1+a^3 = 1^3 + a^3 = (1+a)(1-a+a^2)$$

máme

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2-2a^2} - \frac{a+1}{2-2a} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{1+a^3}{a^2-a} = \\
&= \frac{1}{a} - \left(\frac{a^2+3}{2(1-a^2)} - \frac{a+1}{2(1-a)} - \frac{3-2a}{a+1}\right) \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)} = \\
&= \frac{1}{a} - \frac{a^2+3-(a+1)^2-(3-2a)2(1-a)}{2(1-a)(1+a)} \cdot \frac{(1+a)(1-a+a^2)}{a(a-1)}.
\end{aligned}$$

Po zkrácení výrazem $a+1$, umocnění a roznásobení dostáváme

$$\frac{1}{a} - \frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)} \cdot \frac{1-a+a^2}{a(a-1)}.$$

Další úpravy

$$\frac{1}{a} - \frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)} \cdot \frac{1-a+a^2}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{a^2+3-a^2-2a-1-6+4a+6a-4a^2}{2(1-a)} \cdot \frac{1-a+a^2}{a(a-1)} =$$

$$=$$

Další úpravy

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-a^2-2a-1-6+4a+6a-4a^2}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{-4a^2+8a-4}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=
\end{aligned}
$$

Další úpravy

$$\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-a^2-2a-1-6+4a+6a-4a^2}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{-4a^2+8a-4}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{-4(a^2-2a+1)}{-2(a-1)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=$$

Další úpravy

$$\frac{1}{a} - \frac{a^2 + 3 - (a^2 + 2a + 1) - (6 - 4a - 6a + 4a^2)}{2(1-a)} \cdot \frac{1 - a + a^2}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{a^2 + 3 - a^2 - 2a - 1 - 6 + 4a + 6a - 4a^2}{2(1-a)} \cdot \frac{1 - a + a^2}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{-4a^2 + 8a - 4}{2(1-a)} \cdot \frac{1 - a + a^2}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{-4(a^2 - 2a + 1)}{-2(a-1)} \cdot \frac{1 - a + a^2}{a(a-1)} =$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{2(a-1)^2(1 - a + a^2)}{a(a-1)^2} =$$

$$=$$

Další úpravy

$$\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-a^2-2a-1-6+4a+6a-4a^2}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{-4a^2+8a-4}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{-4(a^2-2a+1)}{-2(a-1)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{2(a-1)^2(1-a+a^2)}{a(a-1)^2}=$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{2-2a+2a^2}{a}$$

vedou k výsledku

Další úpravy

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-(a^2+2a+1)-(6-4a-6a+4a^2)}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{a^2+3-a^2-2a-1-6+4a+6a-4a^2}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{-4a^2+8a-4}{2(1-a)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{-4(a^2-2a+1)}{-2(a-1)}\cdot\frac{1-a+a^2}{a(a-1)}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{2(a-1)^2(1-a+a^2)}{a(a-1)^2}=\\
&=\frac{1}{a}-\frac{2-2a+2a^2}{a}
\end{aligned}
$$

vedou k výsledku $\underline{\underline{\frac{-1+2a-2a^2}{a}}}$.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*