Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\};$

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\};$

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\};$

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Řešení.

a) Protože pro $k > 0$ platí $|x| < k$, právě když $-k < x < k$, tj. $x \in (-k, k)$, máme

$$|x+2| < 3$$

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Řešení.

a) Protože pro $k > 0$ platí $|x| < k$, právě když $-k < x < k$, tj. $x \in (-k, k)$, máme

$$|x+2| < 3 \iff -3 < x+2 < 3 \iff$$

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Řešení.

a) Protože pro $k > 0$ platí $|x| < k$, právě když $-k < x < k$, tj. $x \in (-k, k)$, máme

$$|x+2| < 3 \iff -3 < x+2 < 3 \iff -3-2 < x < 3-2 \iff$$

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Řešení.

a) Protože pro $k > 0$ platí $|x| < k$, právě když $-k < x < k$, tj. $x \in (-k, k)$, máme

$$|x+2| < 3 \iff -3 < x+2 < 3 \iff -3-2 < x < 3-2 \iff -5 < x < 1.$$

Odtud $\underline{\underline{M_1 = (-5, 1).}}$

Zapamatujte si: Absolutní hodnota $|a-b|$ vyjadřuje vzdálenost čísel a, b na číselné ose.

Příklad. Pomocí intervalů popíšeme následující množiny

a) $M_1 = \{x \in \mathbb{R};\ |x+2| < 3\}$;

b) $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$;

c) $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): absolutní hodnota reálného čísla, lineární nerovnice s absolutní hodnotou.

Řešení.

a) Protože pro $k > 0$ platí $|x| < k$, právě když $-k < x < k$, tj. $x \in (-k, k)$, máme

$$|x+2| < 3 \iff -3 < x+2 < 3 \iff -3-2 < x < 3-2 \iff -5 < x < 1.$$

Odtud $\underline{\underline{M_1 = (-5, 1).}}$

Zapamatujte si: Absolutní hodnota $|a-b|$ vyjadřuje vzdálenost čísel $a,\ b$ na číselné ose.

Když si uvědomíme, že $|x+2| = |x-(-2)|$, ve smyslu předchozí poznámky tedy výsledný interval $(-5, 1)$ popisuje množinu čísel $x \in \mathbb{R}$ takových, že jejich vzdálenost od čísla -2 je menší než 3.

b) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x - 1| > 3\}$.

b) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x - 1| > 3\}$.

Protože pro $k > 0$ platí $|x| > k$, právě když $x < -k$ nebo $x > k$, tj. $x \in (-\infty, -k) \cup (k, +\infty)$, máme

$$|6x - 1| > 3$$

b) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x - 1| > 3\}$.

Protože pro $k > 0$ platí $|x| > k$, právě když $x < -k$ nebo $x > k$, tj. $x \in (-\infty, -k) \cup (k, +\infty)$, máme

$$|6x - 1| > 3 \iff 6x - 1 < -3 \text{ nebo } 6x - 1 > 3 \iff$$

$$\iff$$

b) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x - 1| > 3\}$.

Protože pro $k > 0$ platí $|x| > k$, právě když $x < -k$ nebo $x > k$, tj. $x \in (-\infty, -k) \cup (k, +\infty)$, máme

$$|6x - 1| > 3 \iff 6x - 1 < -3 \text{ nebo } 6x - 1 > 3 \iff$$

$$\iff 6x < -2 \text{ nebo } 6x > 4 \iff$$

b) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_2 = \{x \in \mathbb{R};\ |6x-1| > 3\}$.

Protože pro $k > 0$ platí $|x| > k$, právě když $x < -k$ nebo $x > k$, tj. $x \in (-\infty, -k) \cup (k, +\infty)$, máme

$$|6x-1| > 3 \iff 6x-1 < -3 \text{ nebo } 6x-1 > 3 \iff$$

$$\iff 6x < -2 \text{ nebo } 6x > 4 \iff x < -\frac{1}{3} \text{ nebo } x > \frac{2}{3}.$$

Odtud $\underline{\underline{M_2 = (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty).}}$

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x - 3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:
1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$.

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x - 3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$. Pak $|x - 3| = x - 3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x - 3 < 10 \iff$$

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x - 3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$. Pak $|x - 3| = x - 3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x - 3 < 10 \iff 2 + 3 < x < 10 + 3.$$

Výsledek této části je $5 < x < 13$.

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$. Pak $|x-3| = x-3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x - 3 < 10 \iff 2 + 3 < x < 10 + 3.$$

Výsledek této části je $5 < x < 13$.

2. Výraz v absolutní hodnotě je záporný, tj. $x - 3 < 0$, pak $|x-3| = -(x-3) = 3 - x$.

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$. Pak $|x-3| = x-3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x - 3 < 10 \iff 2 + 3 < x < 10 + 3.$$

Výsledek této části je $5 < x < 13$.

2. Výraz v absolutní hodnotě je záporný, tj. $x - 3 < 0$, pak $|x-3| = -(x-3) = 3 - x$. Dál tedy řešíme nerovnost

$$2 < 3 - x < 10 \iff$$

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x-3 \geq 0$. Pak $|x-3| = x-3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x-3 < 10 \iff 2+3 < x < 10+3.$$

Výsledek této části je $5 < x < 13$.

2. Výraz v absolutní hodnotě je záporný, tj. $x-3 < 0$, pak $|x-3| = -(x-3) = 3-x$. Dál tedy řešíme nerovnost

$$2 < 3-x < 10 \iff -1 < -x < 7.$$

Protože násobení nerovnosti záporným číslem (v našem případě -1) obrací znak nerovnosti, dostáváme výsledek této části $-7 < x < 1$.

c) Nyní pomocí intervalů popíšeme množinu $M_3 = \{x \in \mathbb{R};\ 2 < |x-3| < 10\}$.

Budeme uvažovat dvě možnosti:

1. Výraz v absolutní hodnotě je nezáporný, tj. $x - 3 \geq 0$. Pak $|x-3| = x-3$, a tedy řešíme nerovnost

$$2 < x - 3 < 10 \iff 2 + 3 < x < 10 + 3.$$

Výsledek této části je $5 < x < 13$.

2. Výraz v absolutní hodnotě je záporný, tj. $x - 3 < 0$, pak $|x-3| = -(x-3) = 3 - x$. Dál tedy řešíme nerovnost

$$2 < 3 - x < 10 \iff -1 < -x < 7.$$

Protože násobení nerovnosti záporným číslem (v našem případě -1) obrací znak nerovnosti, dostáváme výsledek této části $-7 < x < 1$.

Dohromady $\underline{\underline{M_3 = (-7, 1) \cup (5, 13).}}$

Všimněte si: M_3 je množina čísel, jejichž vzdálenost od čísla 3 je v rozmezí 2 až 10.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*