Zkoušková písemka I

1. Určete obecné řešení diferenciální rovnice $y''+9y=6\cos 3x+e^{x}(4+20x)$.

2. Pomocí determinantu rotace silového pole ověřte, že práce silového pole $F(\vec{r})=(x^2+yz)\vec{i}+(y^2+xz)\vec{j}+(z^2+xy)\vec{k}$ nezávisí na integrační cestě. Určete potenciál silového pole a práci vyčíslete od bodu $A[1,-2,3]$ do bodu $B[2,3,4]$.

3. Určete hmotnost rovinné oblasti $\Omega=\left\{[x,y]:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1, x>0, y>0\right\}$ s plošnou hustotu $\rho(x,y)=x^2y$.

4. Spočítejte objem oblasti $\Omega=\{[x,y,z]: x^2+y^2\le 2x, x\le z\le 2x\}$. Oblast nakreslete.

Zkoušková písemka II

1. Určete obecné řešení diferenciální rovnice $y''+y=\sin x+\cos 2x$.

2. Určete hmotnost šroubovice $\gamma: x=2\cos t;\ y=2\sin t;\ z=4t$ pro $t\in\left\langle 0,\frac{\pi}{4}\right\rangle$ a hustotu $\sigma(x,y,z)=\frac{y^3}{x^2}$.

3. Využitím Greenovy věty vypočtěte cirkulaci vektorového pole $F(x,y)=(x^2-y^2,xy)$ podél kladně orientované křivky γ, která je hranice oblasti $x^2+y^2\le 2x,\ y\ge 0$.

4. Zakreslete těleso $W: \sqrt{x^2+y^2}\le z\le 6-x^2-y^2$ a pomocí trojného integrálu vypočtěte jeho objem.

Zkoušková písemka III

1. Spočítejte moment setrvačnosti $I_x=\iiint_A (y^2+z^2)\sigma(x,y,z)dxdydz$ tělesa A o hustotě $\sigma(x,y,z)=1$ vzhledem k ose x. Nakreslete oblast $A=\{[x,y,z]: 1\le x^2+y^2\le 9,\ z\ge 0, z\le 4\}$.

2. Vypočtěte práci hmotného bodu ve vektorovém poli $F(x,y)=(xy,y^2)$, který se pohybuje podél kladně orientované křivky $y=arctg\ x$ od bodu $M[0,?]$ do bodu $K[1,?]$.

3. Najděte partikulární řešení diferenciální rovnice $y'-2xy=2xe^{x^2}$ vyhovující podmínce $y(0)=1$.

4. Zakreslete oblast D: $x+y=2,\ x=y^2,\ y\ge 0$ a vypočtěte její obsah.