Skalární součin vektorů

$\vec{u} = (u_1,\ u_2,\ u_3)$, $\vec{v} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

Využití:

1. Vyšetřování kolmosti nenulových vektorů: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$
2. Výpočet délky nenulového vektoru: $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \|\vec{u}\|$
3. Výpočet úhlu nenulových vektorů: $\cos\varphi = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}, \qquad \varphi \in \langle 0, \pi \rangle.$

Vektorový součin vektorů

$\vec{u} = (u_1,\ u_2,\ u_3)$, $\vec{v} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

Determinant vypočteme pomocí Laplaceova rozvoje podle prvního řádku.

Využití:

1. Vyšetřování kolinearity nenulových vektorů $\vec{u}$, $\vec{v}$:
$$\vec{u} \times \vec{v} = \vec{o} \Leftrightarrow (\varphi = 0 \text{ nebo } \varphi = \pi).$$
2. Výpočet obsahu plochy sestrojené nad vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$. (Výpočet obsahu trojúhelníku … $P_{\triangle} = \frac{1}{2}\|\vec{u} \times \vec{v}\|$)
3. Nalezení vektoru kolmého ke dvěma zadaným nenulovým vektorům.

Smíšený součin vektorů

$\vec{a} = (a_1,\ a_2,\ a_3)$, $\vec{b} = (b_1,\ b_2,\ b_3)$, $\vec{c} = (c_1,\ c_2,\ c_3)$

- $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

Využití:

1. Výpočet objemu rovnoběžnostěnu sestrojeného nad vektory $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: $V = |[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
2. Výpočet objemu čtyřstěnu určeného vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$: $V = \frac{1}{6}|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]|$
3. Vyšetřování komplanárnosti vektorů: Nenulové vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ jsou komplanární $\Leftrightarrow$ $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$