

Efektívne vyučovacie postupy s využitím tabuľkového procesora MS EXCEL

Kontrová Lýdia

Kľúčové slová: nové technológie vo vyučovaní matematiky, didaktický matematický softvér, vplyv nových technológií na obsah vyučovania matematiky, efektívne a dynamické vyučovacie postupy, tabuľkový procesor MS Excel, vizualizácia pojmu limita postupnosti

Najvýraznejším znakom súčasnosti je determinácia života vplyvom implementácie najrôznejších Informačno-komunikačných technológií (ICT). Tieto zmeny zasahujú sféru súkromnú – využívanie voľného času, komunikácia, pracovnú a v neposlednom rade postihujú aj edukačný proces. Predsa však po viac ako dvadsiatich rokoch záver americkej Komisie pre výskum Technológií Vyučovania (nazývaný aj hodnotením Tictona) znie: „**Najvýraznejšou črtou využívania techniky pri vzdelávaní je, že nedokázala zatiaľ vniesť žiadne podstatné zmeny do vyučovacieho procesu.**“(2) S týmto tvrdením môžeme súhlasiť aj v oblasti vyučovania matematiky. Domnievame sa však, že jednou z najdôležitejších úloh dneška je vypracovanie takých programov a metodík vyučovania matematiky, pri ktorých by sa počítače stali bežnými, normálnymi pracovnými nástrojmi učiteľa a súčasne by neeliminovali rozvoj tvorivého myslenia študenta.

Zoberme do úvahy dva podstatné fakty:

- Počítač dokáže neskutočne rýchlo vyhľadať a ponúknuť potrebné informácie o skúmanom matematickom probléme, či už učiteľovi alebo študentovi, *to následne umožňuje preniesť ťažisko výučby od prílišného zaťažovania pamäte študenta k rozvíjaniu jeho schopností hlbšie porozumieť danému problému, tvorivo, induktívne myslieť a následne aplikovať matematiku do praxe,*
- Problémom už nie je získať informácie, nájsť vhodný vzorec či algoritmus, vykonávať rutinné matematické operácie, ale *selektovať ich, optimalizovať riešenia, čoho nutným predpokladom je skutočne rozumieť a „vidieť“ do predkladanej problematiky*

V prípade, že naša odpoveď na otázku: Umožní nám počítač prezentovať danú matematickú tému názornejšie, dynamickejšie, prispeje takýto metodický postup k rozvoju kreativity študenta, vizualizuje lepšie problém a zatriktívni vyučovanie?, odpovieme kladne, treba jednoznačne voľiť túto formu.

V článku chceme na príklade výučby všeobecných vlastností postupností prezentovať, ako je ju možné zefektívniť, využívajúc počítač a tabuľkový procesor MS Excel.

Počítač nás obvykle sprevádza v úvodných etapách výučby. Dajme mu úlohu akéhosi „šepkára“ v procese objasňovania nového matematického pojmu, pri stanovovaní hypotéz a hľadaní skrytých súvislostí. Umožní nám viesť študentov k správne mu pozorovaniu, analýze získaných faktov na konkrétnych modeloch a k samostatnému objavovaniu podstaty sledovaných javov. Následne sa samozrejme vraciame na cestu klasických metód výučby, ako sú zovšeobecňovanie, abstrakcia a matematický dôkaz. Tieto však už majú svoj pevný základ na

pozorovaní konkrétnych modelov a tak vedomosti, ktoré študenti získajú takýmto spôsobom sú neformálne a ľahšie aplikovateľné do praxe.

Pri hľadaní vhodného didaktického softvéru pre výučbu postupností sme sa rozhodli pre tabuľkový procesor MS Excel, nakoľko patrí ku štandardnej výbave každého PC. Je súčasťou balíka Microsoft Office a študenti s ním majú skúsenosti už zo strednej školy. MS Excel veľmi jednoducho vytvára grafy funkcií a postupností rôznych typov, vyčíslí konečný počet členov postupnosti a prostredníctvom tabuliek znázorní; tieto tiež môžeme následne ľubovoľne modifikovať. Otvára sa tak väčší priestor pre študentov, aktívne pozorovať a analyzovať vizualizované dáta, vytvárať a overovať hypotézy, objavovať podstatu definícií či matematických viet. Grafy i tabuľky možno dodatočne upravovať, prekopírovať do dokumentu Word alebo na snímky prezentácie v Power Pointe – využiť ich viackrát.

Problematika všeobecných vlastností postupností; predovšetkým pojem limity postupnosti a jej definícia je študentmi omnoho ľahšie chápaná, ak tieto pojmy prostredníctvom počítača primerane vizualizujeme. Uvedieme teraz niekoľko konkrétnych príkladov, ako študentov motivovať a vytvoriť dynamickejší vyučovací postup.

Všeobecné vlastnosti postupností

Def.: Postupnosťou reálnych čísel rozumieme reálnu funkciu definovanú na množine všetkých prirodzených čísel; $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, pričom výraz $f(n)$ označujeme $f(n) = a_n$.

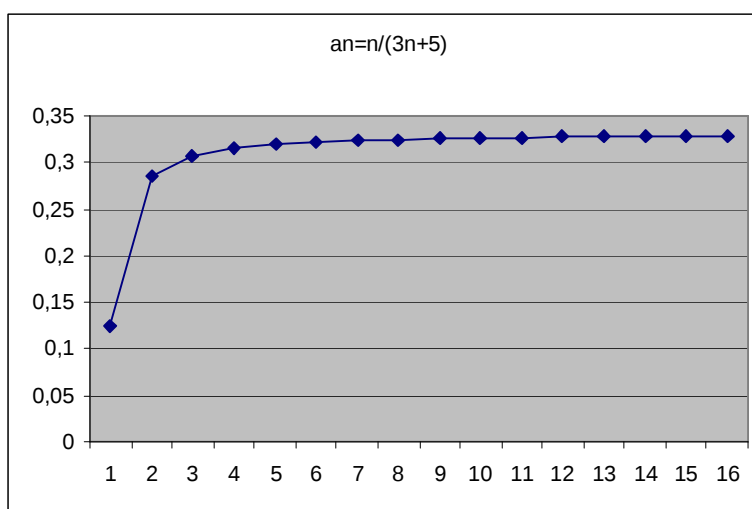
Tak ako v prípade iných funkcií môžeme vytvárať aj grafy postupností prostredníctvom tabuľkového procesora Excel. Študenti majú takto možnosť sami objavovať pojmy ako *monotónnosť*, *ohraničenosť postupností*, *limity postupností* a tiež *vzájomné súvislosti medzi nimi*.

Monotónnosť postupností

Def.: Postupnosť $[a_n]$ nazývame rastúcou, ak každý jej nasledujúci člen je väčší ako člen predchádzajúci; tzn.: $a_{n+1} - a_n > 0$ pre každé $n \in \mathbb{N}$

Uvažujme postupnosť $[a_n]$, ktorej všeobecný člen má tvar $a_n = n/(3n+5)$.

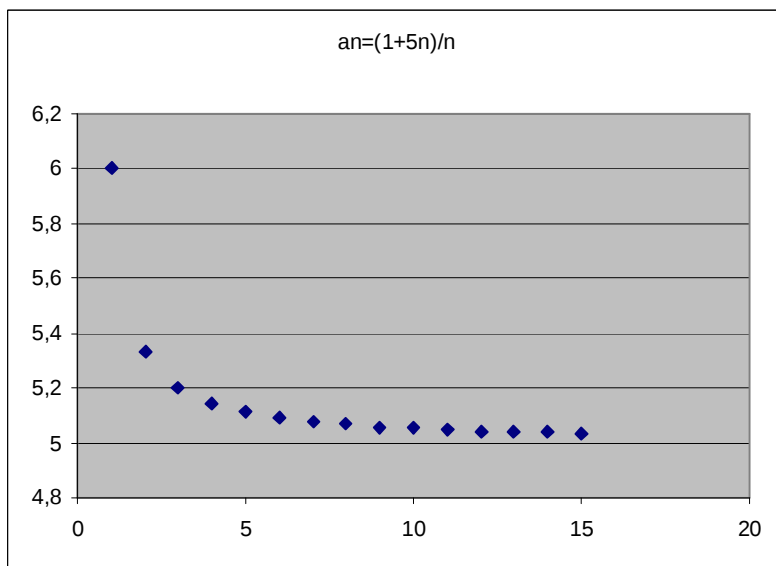
n	$a_n = n/(3n+5)$
1	0,125
10	0,285714286
19	0,306451613
28	0,314606742
37	0,318965517
46	0,321678322
55	0,323529412
64	0,324873096
73	0,325892857
82	0,326693227
91	0,327338129
100	0,327868852
109	0,328313253
118	0,328690808
127	0,329015544



Z tabuľky a grafu funkcie danej vzorcom $y = a_n$ vyčítame predovšetkým, že členy postupnosti $[a_n]$ spĺňajú podmienku $\therefore a_{n+1} > a_n$, **pre každé $n \in \mathbb{N}$** , z čoho vyplýva, že postupnosť je rastúca.

Def.: Postupnosť $[a_n]$ nazývame klesajúcou, ak každý jej nasledujúci člen je menší ako člen predchádzajúci; tzn. platí: $a_{n+1} - a_n < 0$ **pre každé $n \in \mathbb{N}$**

Uvažujme postupnosť $[a_n]$, ktorej všeobecný člen má tvar $a_n = (1+5n)/n$.

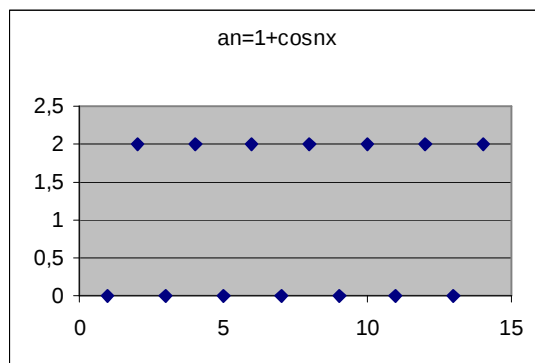


n	$a_n = (1+5n)/n$
1	6
3	5,333333333
5	5,2
7	5,142857143
9	5,111111111
11	5,090909091
13	5,076923077
15	5,066666667
17	5,058823529
19	5,052631579
21	5,047619048
23	5,043478261
25	5,04
27	5,037037037
29	5,034482759

Pozorujúc graf funkcie danej vzorcom $y = a_n$ zisťujeme, že všetky za sebou idúce členy postupnosti $[a_n]$ spĺňajú podmienku: $a_{n+1} < a_n$, **pre každé $n \in \mathbb{N}$** , z čoho vyplýva, že postupnosť je klesajúca. Tiež pozorujeme, že prvá postupnosť je zhora ohraničená a neklesajúca, kým druhá je zdola ohraničená a nerastúca.

Nie všetky postupnosti sú monotónne. Pozorujme znamienko rozdielu $a_{n+1} - a_n$ postupnosti so všeobecným členom $a_n = (1 + \cos n\pi)$. Postupnosť nie je ani rastúca ani klesajúca, je alternujúca.

n	$a_n = 1 + \cos(n\pi)$	a_{2n}	
1	0	2	2
2	2	4	2
3	0	6	2
4	2	8	2
5	0	10	2
6	2	12	2
7	0	14	2
8	2	16	2
9	0	18	2
10	2	20	2
11	0	22	2
12	2	24	2
13	0	26	2
14	2	28	2



Navyše grafické a numerické znázorňovanie postupností nám umožní priviesť študentov k lepšiemu pochopeniu definície limity postupnosti. Upozorníme ich na vlastnosť zrejmu z názorných ukážok:

Ak zostrojíme v prípade postupnosti $a_n = (1+5n)/n$ akýkoľvek interval so stredom v bode 5; $(5-\varepsilon; 5+\varepsilon)$ pre ľubovoľné $\varepsilon > 0$, potom v ňom budú ležať temer všetky členy danej postupnosti s výnimkou ich konečného počtu.

Def.: Číslo L nazývame limitou postupnosti $[a_n]$, ak pre každé kladné číslo $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in \mathbb{N}$ tak, že pre všetky $n \geq n_0$ platí: $a_n \in (L-\varepsilon; L+\varepsilon)$.

Postupnosť nazývame konvergentnou (divergentnou), ak má (nemá) limitu.

Analyzujúc grafy a tabuľky postupností študenti objavujú podstatu matematických viet ako sú:

Veta 1 : Každá zhora (zdola) ohraničená neklesajúca (nerastúca) postupnosť má limitu.

Veta 2: Ak postupnosť $\{a_n\}$ konverguje (t.j. má konečnú limitu), potom je ohraničená.

Veta opačne neplatí– možno uviesť príklad postupnosti $a_n = (1 + \cos np)$.

Veta 3: Ak $\{a_n\}$ je ohraničená postupnosť, potom existuje konvergentná vybraná podpostupnosť $\{a_{k_n}\}$ tejto postupnosti.

Inšpirujúce sú aj príklady typu:

Nech je daná postupnosť $\{a_n\} = n/(n+1)$ a číslo $L = 1$. Dokážte, vychádzajúc z definície, že L je limitou postupnosti a nájdite príslušné n_0 pre zvolené hodnoty $\varepsilon = 0.02$; $\varepsilon = 0.01$; $\varepsilon = 0.005$.

Vizualizujme daný problém pomocou Excelu:

n	$a_n=n/(n+1)$	$ a_n - L $	
1	0,5	0,5	
15	0,9375	0,0625	
29	0,966667	0,033333	
43	0,977273	0,022727	
57	0,982759	0,017241	$\varepsilon = 0.02$
71	0,986111	0,013889	
85	0,988372	0,011628	
99	0,99	0,01	
113	0,991228	0,008772	$\varepsilon = 0.01$
127	0,992188	0,007813	
141	0,992958	0,007042	
155	0,99359	0,00641	
169	0,994118	0,005882	
183	0,994565	0,005435	
197	0,994949	0,005051	
211	0,995283	0,004717	$\varepsilon = 0.005$
225	0,995575	0,004425	
239	0,995833	0,004167	
253	0,996063	0,003937	

Analyzujúc tabuľku študenti registrujú, že súčasne s rastom indexu „n“ členov postupnosti a_n sa hodnota výrazu $|a_n - L|$ blíži k nule, čo v zhode s definíciou limity postupnosti sugeruje a potvrdzuje fakt, že číslo L je limitou danej postupnosti.

Následne študenti vypočítajú klasicky z definície limity hodnoty n_0 pre zodpovedajúce rôzne hodnoty ε . Výpočtom dostávame pre $\varepsilon = 0,02$ prislúchajúcu hodnotu $n_0 = 49$, pre $\varepsilon = 0,01$ $n_0 = 99$ a pre $\varepsilon = 0,005$ je $n_0 = 199$. Nakoľko sme použili skrátený tvar tabuľky, naše výsledky sa rozchádzajú. Excel nám ich umožňuje veľmi ľahko a rýchlo upresniť, ak tabuľku modifikujeme a prejdeme si úplný prehľad jej 200 riadkov. Toto je vďaka schopnostiam tabuľkového procesora MS Excel veľmi jednoduché - stačí zmeniť prvý stĺpec tabuľky, meniť „n“ s krokom 1, a automaticky získame tabuľku doplnenú o chýbajúce riadky.

Záver

Vďaka veľkej výpovednej hodnote grafov a tabuliek postupností, ktoré sme získali tabuľkovým procesorom Excel, umožníme študentom nazrieť hlbšie do skúmanej problematiky, zvyšujeme efektivitu výučby, umožňujeme študentom byť aktívnymi objavovateľmi matematických vzťahov a súvislostí. Rozvíjame ich kreativitu a zatriaktívňujeme pre nich tento predmet, ktorý je základom k objasňovaniu temer všetkých prírodných zákonitostí.

Literatúra:

- [1] Koreňová, L.: IKT vo vyučovaní matematiky, MCMB Exnárova, Bratislava, 1998
- [2] Siemieniecki, B.: Komputery i hipermedia w procesie edukacji doroslych, Toruń, 1994
- [3] Rybak, A.: Komputer na lekcjach matematyki, Podkowa Bis, Gdańsk, 2001
- [4] Podwysocki, T.: Cyborgi w szkole, Iskry Warszawa, 1977
- [5] Legyelfalusy, T.: Úloha motivácie a aktivizácie pri zvýšení efektívnosti vyučovania matematiky. XXII. mezinárodní kolokvium o řízení osvojovacího procesu, VUT PV Vyškov, 2004, Zborník príspevkov

Adresa autora:

PaedDr. Kontrová Lýdia
Katedra matematiky, FPV – ŽU
Hurbanova 15
01026 Žilina
e-mail: lydia.kontrova@fpv.utc.sk

