

Vytváření binárních multistruktur rozličnými konkrétními strukturami

Jan Chvalina

FEKT VUT Brno

K algebraickému pojetí multigrupy (nyní nazývané hypergrupou), které náleží F. Martymu, vedlo vyšetřování nekomutativních algebraických struktur v souvislosti s jejich rozklady podle jejich podstruktur; konkrétně mnohoznačná binární operace vznikne zcela přirozeně při algebraizaci rozkladů nekomutativních grup podle jejich podgrup, které nejsou invariantní, nebo při přenášení operace na rozklady nekomutativních okruhů podle jejich jednostranných ideálů. Algebraická definice multigrupy byla poprvé explicitně formulována na 8. kongresu skandinávských matematiků ve Stockholmu v roce 1934 v příspěvku F. Martyho „*Sur une généralisation de la notion de groupe*“. Dnes rozumíme hypergrupou ve smyslu Martyho neprázdnou množinu H opatřenou binární hyperoperací „ $\circ$ “, což je zobrazení množiny $H \times H$ do systému všech neprázdných podmnožin množiny H . Dále požadujeme asociativitu hyperoperace „ $\circ$ “ a splnění tzv. reprodukčního zákona: $x \circ H = H = H \circ x$ pro každý prvek $x \in H$. Kromě dalších článků zmíněného matematika byly základy algebraické teorie hypergrup (multigrup) rozpracovány v pracích H. S. Walla, J. Kuntzmana, M. Dresher, O. Oreho, L. W. Griffithse, M. Krasnera a jejich následovníků. Rozsáhlé použití doznala teorie hypergrup v geometrii –zejména teorie spojnícových prostorů v souvislosti s prostory interponace (W. Prenowitz, J. Jantosciak, M. Jordan) a v teorii a aplikacích dalších matematických struktur – grafy, relační systémy, svazy a uspořádané množiny, automaty, stochastické procesy, fuzzy systémy. O rozsáhlé literatuře poskytuje v současnosti dobrý přehled monografie [4]. Analytická teorie hypergrup jako prostředek rychlého rozvoje harmonické analýzy a stochastických dynamických systémů, má své kořeny ve studiích Frobeniových (okolo roku 1900). V tomto pojetí se hypergrupou rozumí vektorový prostor omezených Radonových měr na lokálně kompaktním Hausdorffově prostoru K , kde vzniká binární hyperoperace na K přiřazením supportu konvoluce bodových měr ke každé dvojici bodů z K , čímž je definováno zobrazení z $K \times K$ do hyperprostoru kompaktních podmnožin prostoru K . V rámci algebraické teorie hypergrup je vcelku přirozené definovat ve svazech binární hyperoperaci aplikovanou na dvojici prvků a, b jako interval určený průsekem a spojením těchto prvků. Při tomto pojetí platí, že zkonstruovaná hypergrupa vyhovuje transpozičnímu zákonu, tedy je spojnícovým prostorem právě tehdy, když příslušný svaz je distributivní. V

uspořádaných množinách, které nejsou svazy, lze za hypersoučin dvojice prvků prohlásit sjednocení hlavních konců nebo hlavních začátků, generovaných těmito prvky; v uspořádané grupě je užitečné definovat hypersoučiny prvků jako hlavní konce generované jednoznačnými součiny daných prvků.

Přednáška je ve stručnosti zaměřena na přiblížení těchto základních způsobů vytváření binárních hyperstruktur - ze svazů, z uspořádaných množin, uspořádaných pologrup a uspořádaných grup i z těchto pořádkových struktur vytvořených konkrétními operátory např. translačními nebo diferenciálními.

Literatura:

1. W. R. Bloom, H. Heyer: *Harmonic Analysis of Probability Measures on Hypergroups*. De Gruyter Studies in Mathematics 20, Berlin - New York 1995.
2. J. Chvalina: *Funkcionální grafy, kvaziuspořádané množiny a komutativní hypergrupy*. Masarykova universita, Brno 1995.
3. P. Corsini: *Prolegomena of Hypergroup Theory*. Aviani Editore Tricesimo 1993.
4. P. Corsini, V. Leoreanu: *Applications of Hyperstructure Theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London 2003.
5. K. Drbolav: *Gruppenartige Multigruppen*. Czech. Math. J. Praha 1957, 82-89.
6. M. Dresher, O. Ore.: *Theory of multigroups*. Amer. J. Math., 60 (1938), 705-733.
7. F. Marty: *Sur une généralisation de la notion de groupe*. VIII. Congrès des Mathématiciens Scandinaves, Stockholm (1934), 45-49.

Adresa autora:

Jan Chvalina,
Ústav matematiky FEKT VUT,
Technická 8, 616 00 Brno
chvalina@feec.vutbr.cz