

W-kompatibilita binárních relací mezi součiny hypergrup

Jan Chvalina, Pavlína Račková

Různé typy spojitosti binárních relací na topologických prostorech byly studovány zejména v obecné topologii, kde důležitými typy kompatibility multifunkcí s definičním oborem a oborem hodnot opatřenými topologiemi jsou shora a zdola polospojité multifunkce, případně spojitě multifunkce i multifunkce spojitě v Grimeisenově smyslu [2].

Mnoho zajímavých výsledků bylo dosaženo také při studiu kompatibility relací na obecných algebrách.

Tyto výsledky se staly motivací pro studium různých typů kompatibility na hyperstrukturách, jako např. hypergrupoidech, polohypergrupách a hypergrupách určených binárními relacemi, např. v [1, 8].

Mezi typy kompatibility relací na hypergrupách patří:

- (1) Substituční vlastnost.
- (2) Parametrizace endomorfismy.
- (3) Zachování množinových systémů.
- (4) W -kompatibilita.

Poznámka. Definice těchto typů jsou např. v [5, 6].

V příspěvku se budeme zabývat jedním z typů kompatibility na hypergrupách, a to W -kompatibilitou, uveďme proto její definici:

Definice. W -kompatibilita. Relace $R \subseteq H \times H$ se nazývá kompatibilní ve Wallaceově smyslu nebo zkráceně W -kompatibilní s hypergrupou $(H, \cdot)$, jestliže pro každou podmnožinu $X \subseteq H$ platí: $R^-(E_*(X)) \subseteq E_*(R^-(X))$. Symbolem R^- je označena relace inverzní k relaci R . Přitom $E_*(\emptyset) = \emptyset$, $E_*(X) = X \cup X^2 \cup \dots \cup X^n \dots$, $n \in \mathbb{N}$.

Naším cílem je dokázat následující větu:

Věta 1. *Nechť $\{(H_k, \circ_k); k = 1, 2, \dots, n\}$ je konečná množina polohypergrup a $R_k \subset H_k \times H_k$ jsou relace definované na celém definičním oboru a oboru hodnot množiny H pro každé $k = 1, 2, \dots, n$. Jestliže jsou relace $R_k \subset H_k \times H_k$ pro každé k W -kompatibilní, pak také direktní součin relací $\prod_{k=1}^n R_k \subset \prod_{k=1}^n H_k \times \prod_{k=1}^n H_k$ je W -kompatibilní.*

Literatura

- [1] Corsini, P.: *Hypergraphs and hypergroups*, Algebra Universalis 35, 1996, 548–555.
- [2] Grimeisen, G.: *Continuous relations*, Math. Zeit. 127 (1972), 35–44.
- [3] Chvalina, J.: *On continuous functional parametrizations of topological general systems*, In: General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra. V. J. Novák (ed.), Heldermann Verlag W. Berlin 1982, 79–85.

- [4] Chvalina, J.: *Range closure extension of input-output relations of topological general systems*, Čas. pěst. mat 108 (1983), 208–213.
- [5] Chvalina, J.: *Funkcionální grafy, kvaziuspořádané množiny a komutativní hypergrupy*, Brno, MU 1995.
- [6] Chvalina, J.: *Parametrizable Relations on Hypergroups Determined by Quasi-orders*, Dep. of Math. Report Series, Vol. 6, Univ. of South Bohemia 1998, 20–31.
- [7] Chvalina J., Hort, D.: *On Certain Compatibility Types of Binary Relations on Hypergroups Determined by Quasi-orders*, Contr. to General Algebra 11, Verlag Johannes Heyn, Klagenfurt 1999.
- [8] Rosenberg, I. G.: *Hypergroups and Join Spaces Determined by Relations*, Rivista di Math. Pura ed Applicata, 1996.

Jan Chvalina
UMAT FEKT VUT
Technická 8, 616 00 Brno
E-mail: chvalina@feec.vutbr.cz

Pavĺína Račková
Katedra matematiky, UO v Brně
Kounicova 65, 612 00 Brno
E-mail: pavlina.rackova@unob.cz