Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících kvadratických nerovnic:

a) $x^2 + 16x - 17 > 0$;

b) $6x^2 - 11x - 10 \leq 0$.

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících kvadratických nerovnic:

a) $x^2 + 16x - 17 > 0$;

b) $6x^2 - 11x - 10 \leq 0$.

Při řešení kvadratické nerovnice tvaru $ax^2 + bx + c > 0$, popřípadě nerovnic $ax^2 + bx + c \leq 0$ a $ax^2 + bx + c \geq 0$ postupujeme analogicky jako u nerovnice $ax^2 + bx + c < 0$.

Řešení.

a) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $x^2 + 16x - 17$ jsou $a = 1,\ b = 16,\ c = -17$.

Řešení.

a) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $x^2 + 16x - 17$ jsou $a = 1,\ b = 16,\ c = -17.$

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17) = 324 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2} = \begin{cases} 1; \\ -17. \end{cases}$$

Proto $x^2 + 16x - 17 = (x - 1) \cdot (x + 17).$

Řešení.

a) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $x^2 + 16x - 17$ jsou $a = 1,\ b = 16,\ c = -17$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17) = 324 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2} = \begin{cases} 1; \\ -17. \end{cases}$$

Proto $x^2 + 16x - 17 = (x - 1) \cdot (x + 17)$.

Body -17 a 1 rozdělí číselnou osu na intervaly $I_1 = (-\infty, -17),\ I_2 = (-17, 1)$ a $I_3 = (1, +\infty)$. Dosazením nuly vidíme, že výraz $x^2 + 16x - 17$ je v intervalu I_2 záporný. Proto v sousedních intervalech bude zkoumaný výraz kladný.

Řešení.

a) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $x^2 + 16x - 17$ jsou $a = 1,\ b = 16,\ c = -17$.

Diskriminant $D = b^2 - 4ac = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-17) = 324 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-16 \pm 18}{2} = \begin{cases} 1; \\ -17. \end{cases}$$

Proto $x^2 + 16x - 17 = (x - 1) \cdot (x + 17)$.

Body -17 a 1 rozdělí číselnou osu na intervaly $I_1 = (-\infty, -17)$, $I_2 = (-17, 1)$ a $I_3 = (1, +\infty)$. Dosazením nuly vidíme, že výraz $x^2 + 16x - 17$ je v intervalu I_2 záporný. Proto v sousedních intervalech bude zkoumaný výraz kladný.

Nerovnici $x^2 + 16x - 17 > 0$ tedy splňují právě všechna čísla z intervalů I_1 a I_3. Řešením dané nerovnice je množina M, která je sjednocením intervalů I_1 a I_3, tj. $M = (-\infty, -17) \cup (1, +\infty)$.

b) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $6x^2 - 11x - 10$ jsou $a = 6,\ b = -11,\ c = -10.$

b) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $6x^2 - 11x - 10$ jsou $a = 6,\ b = -11,\ c = -10.$

Diskriminant $D = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-10) = 361 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 6} = \frac{11 \pm 19}{12} = \begin{cases} \frac{5}{2}; \\ -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Proto $6x^2 - 11x - 10 = 6 \cdot (x - \frac{5}{2}) \cdot (x + \frac{2}{3})$.

b) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $6x^2 - 11x - 10$ jsou $a = 6,\ b = -11,\ c = -10$.

Diskriminant $D = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-10) = 361 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 6} = \frac{11 \pm 19}{12} = \begin{cases} \frac{5}{2}; \\ -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Proto $6x^2 - 11x - 10 = 6 \cdot (x - \frac{5}{2}) \cdot (x + \frac{2}{3})$.

Body $-\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{2}$ rozdělí číselnou osu na intervaly $I_1 = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$, $I_2 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right)$ a $I_3 = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$. Dosazením nuly vidíme, že výraz $6x^2 - 11x - 10$ je v intervalu I_2 záporný (v sousedních intervalech bude zkoumaný výraz kladný).

b) Koeficienty členů kvadratického trojčlenu $6x^2 - 11x - 10$ jsou $a = 6,\ b = -11,\ c = -10$.

Diskriminant $D = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-10) = 361 > 0$, odtud

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 6} = \frac{11 \pm 19}{12} = \begin{cases} \frac{5}{2}; \\ -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

Proto $6x^2 - 11x - 10 = 6 \cdot (x - \frac{5}{2}) \cdot (x + \frac{2}{3})$.

Body $-\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{2}$ rozdělí číselnou osu na intervaly $I_1 = \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$, $I_2 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right)$ a $I_3 = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$. Dosazením nuly vidíme, že výraz $6x^2 - 11x - 10$ je v intervalu I_2 záporný (v sousedních intervalech bude zkoumaný výraz kladný).

Nerovnici $6x^2 - 11x - 10 \leq 0$ tedy splňují právě všechna čísla z intervalu I_2 včetně jeho krajních bodů, tj. řešením dané nerovnice je množina $M = \left\langle -\frac{2}{3}, \frac{5}{2} \right\rangle$.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*