Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících soustav lineárních rovnic.

$$\text{a)}\quad \begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

$$\text{b)}\quad \begin{array}{rcrcr} x & - & 3y & = & -1 \\ 3x & - & 9y & = & -3 \end{array}$$

$$\text{c)}\quad \begin{array}{rcrcr} 2x & + & 3y & = & -4 \\ 4x & + & 6y & = & 2 \end{array}$$

Klíčová slova (termíny k zapamatování):

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení následujících soustav lineárních rovnic.

$$\text{a)}\quad \begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

$$\text{b)}\quad \begin{array}{rcrcr} x & - & 3y & = & -1 \\ 3x & - & 9y & = & -3 \end{array}$$

$$\text{c)}\quad \begin{array}{rcrcr} 2x & + & 3y & = & -4 \\ 4x & + & 6y & = & 2 \end{array}$$

Klíčová slova (termíny k zapamatování): soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých, metoda dosazovací (neboli substituční), metoda sčítací (adiční), řešitelnost soustavy lineárních rovnic.

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Při dosazovací metodě jednu z neznámých vyjádříme z jedné rovnice soustavy a dosadíme do druhé rovnice. Tím se jedna neznámá vyloučí.

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Při dosazovací metodě jednu z neznámých vyjádříme z jedné rovnice soustavy a dosadíme do druhé rovnice. Tím se jedna neznámá vyloučí.

Při sčítací metodě rovnice soustavy násobíme vhodnými čísly tak, aby po sečtení rovnic se jedna neznámá vyloučila.

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Při dosazovací metodě jednu z neznámých vyjádříme z jedné rovnice soustavy a dosadíme do druhé rovnice. Tím se jedna neznámá vyloučí.

Při sčítací metodě rovnice soustavy násobíme vhodnými čísly tak, aby po sečtení rovnic se jedna neznámá vyloučila.

Pro řešitelnost soustavy platí stejně jako u lineární rovnice, že soustava má buď jediné řešení – dvojici čísel (x, y), která vyhovuje oběma rovnicím soustavy,

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Při dosazovací metodě jednu z neznámých vyjádříme z jedné rovnice soustavy a dosadíme do druhé rovnice. Tím se jedna neznámá vyloučí.

Při sčítací metodě rovnice soustavy násobíme vhodnými čísly tak, aby po sečtení rovnic se jedna neznámá vyloučila.

Pro řešitelnost soustavy platí stejně jako u lineární rovnice, že soustava má buď jediné řešení – dvojici čísel (x, y), která vyhovuje oběma rovnicím soustavy, nebo má soustava nekonečně mnoho řešení (při řešení dostáváme identitu 0=0),

Soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých řešíme převodem na lineární rovnici o jedné neznámé. K tomu používáme metodu dosazovací (neboli substituční) nebo metodu sčítací (adiční).

Při dosazovací metodě jednu z neznámých vyjádříme z jedné rovnice soustavy a dosadíme do druhé rovnice. Tím se jedna neznámá vyloučí.

Při sčítací metodě rovnice soustavy násobíme vhodnými čísly tak, aby po sečtení rovnic se jedna neznámá vyloučila.

Pro řešitelnost soustavy platí stejně jako u lineární rovnice, že soustava má buď jediné řešení – dvojici čísel (x, y), která vyhovuje oběma rovnicím soustavy, nebo má soustava nekonečně mnoho řešení (při řešení dostáváme identitu $0=0$), nebo soustava nemá řešení (při řešení docházíme ke sporu).

Řešení.

a) Při řešení soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

dosazovací metodou např. z první rovnice vyjádříme neznámou x. Dostaneme $x = \frac{13-5y}{3}$, což dosadíme do druhé rovnice. Pak máme $4\frac{13-5y}{3} - 3y = -2$.

Řešení.

a) Při řešení soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

dosazovací metodou např. z první rovnice vyjádříme neznámou x. Dostaneme $x = \frac{13-5y}{3}$, což dosadíme do druhé rovnice. Pak máme $4\frac{13-5y}{3} - 3y = -2$.

Rovnici vynásobíme třemi, roznásobením upravíme na $52 - 29y = -6$ a odtud máme $29y = 58$, čili $y = 2$.

Řešení.

a) Při řešení soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

dosazovací metodou např. z první rovnice vyjádříme neznámou x. Dostaneme $x = \frac{13-5y}{3}$, což dosadíme do druhé rovnice. Pak máme $4\frac{13-5y}{3} - 3y = -2$.

Rovnici vynásobíme třemi, roznásobením upravíme na $52 - 29y = -6$ a odtud máme $29y = 58$, čili $y = 2$.

Nyní za neznámou y dosadíme např. do první rovnice. Pak máme $3x + 5 \cdot 2 = 13$ a odtud $3x = 3$, čili $x = 1$.

Řešení.

a) Při řešení soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

dosazovací metodou např. z první rovnice vyjádříme neznámou x. Dostaneme $x = \frac{13-5y}{3}$, což dosadíme do druhé rovnice. Pak máme $4\frac{13-5y}{3} - 3y = -2$.

Rovnici vynásobíme třemi, roznásobením upravíme na $52 - 29y = -6$ a odtud máme $29y = 58$, čili $y = 2$.

Nyní za neznámou y dosadíme např. do první rovnice. Pak máme $3x + 5 \cdot 2 = 13$ a odtud $3x = 3$, čili $x = 1$.

Při řešení dané soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 5y & = & 13 \\ 4x & - & 3y & = & -2 \end{array}$$

sčítací metodou vynásobíme např. první rovnici čtyřmi a druhou rovnici minus třemi. Pak rovnice sečteme a dostaneme

$$\begin{array}{rcrcr} 12x & + & 20y & = & 52 \\ -12x & + & 9y & = & 6 \\ \hline & & 29y & = & 58 \end{array}$$

a odtud $y = 2$.

Podobně lze vyloučit z obou rovnic neznámou y. Vynásobíme-li např. první rovnici třemi, druhou pěti a sečteme, máme

$$\begin{array}{rcrcr} 9x & + & 15y & = & 39 \\ 20x & - & 15y & = & -10 \\ \hline 29x & & & = & 29 \end{array}$$

a odtud $x = 1$.

Podobně lze vyloučit z obou rovnic neznámou y. Vynásobíme-li např. první rovnici třemi, druhou pěti a sečteme, máme

$$\begin{array}{rcrcr} 9x & + & 15y & = & 39 \\ 20x & - & 15y & = & -10 \\ \hline 29x & & & = & 29 \end{array}$$

a odtud $x = 1$.

Zkouška: Dosazením do obou rovnic se přesvědčíme o správnosti řešení. $L_1 = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 13 = P_1$, $L_2 = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2 = P_2$. Tzn. dvojice $(1, 2)$ je skutečně řešení dané soustavy rovnic.

b) Soustava

$$\begin{array}{rcrcr} x & - & 3y & = & -1 \\ 3x & - & 9y & = & -3 \end{array}$$

má nekonečně mnoho řešení, poněvadž po vyjádření neznámé x z první rovnice $x = 3y - 1$ a dosazení do druhé rovnice dostaneme $3 \cdot (3y - 1) - 9y = -3$, tj. $0 \cdot y = 0$. Tato rovnice je tedy splněna pro libovolnou hodnotu y.

b) Soustava

$$\begin{array}{rcrcr} x & - & 3y & = & -1 \\ 3x & - & 9y & = & -3 \end{array}$$

má nekonečně mnoho řešení, poněvadž po vyjádření neznámé x z první rovnice $x = 3y - 1$ a dosazení do druhé rovnice dostaneme $3 \cdot (3y - 1) - 9y = -3$, tj. $0 \cdot y = 0$. Tato rovnice je tedy splněna pro libovolnou hodnotu y.

Řešení dané soustavy rovnic můžeme obecně popsat jako množinu dvojic tvaru $(3y - 1, y)$, $y \in \mathbb{R}$. Např. (-1,0), (2,1), $(0, \frac{1}{3})$ atd.

c) Vynásobíme-li např. první rovnici soustavy

$$\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 3y & = & -4 \\ 4x & + & 6y & = & 2 \end{array}$$

čtyřmi, druhou minus dvěma a sečteme, dostaneme

$$\begin{array}{rcrcr} 8x & + & 12y & = & -16 \\ -8x & - & 12y & = & -4 \\ \hline 0 \cdot x & + & 0 \cdot y & = & -20 \end{array}$$

tj. úpravy vyústily do sporu $0 = -20$. Z toho plyne, že neexistuje dvojice (x, y), která by byla řešením dané soustavy.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*