Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení těchto lineárních rovnic

a) $2x - 5 = \frac{x}{3}$;

b) $1 + \frac{3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$;

c) $(x-2)(x+3) - 4x + 7 = (x+1)^2 - 5x$.

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení těchto lineárních rovnic

a) $2x - 5 = \frac{x}{3}$;

b) $1 + \frac{3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$;

c) $(x-2)(x+3) - 4x + 7 = (x+1)^2 - 5x$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování):

Příklad. Najdeme v množině $\mathbb{R}$ řešení těchto lineárních rovnic

a) $2x - 5 = \frac{x}{3}$;

b) $1 + \frac{3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$;

c) $(x-2)(x+3) - 4x + 7 = (x+1)^2 - 5x$.

Klíčová slova (termíny k zapamatování): rovnice, levá a pravá strana rovnice, kořen (řešení) rovnice, lineární rovnice, ekvivalentní úpravy, řešitelnost lineární rovnice: právě jedno řešení, neexistence řešení, nekonečně mnoho řešení, zkouška řešení.

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Jestliže se dá daná rovnice převést na tvar $ax = b$ pro $a \neq 0$, pak se nazývá lineární rovnice (rovnice prvního stupně).

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Jestliže se dá daná rovnice převést na tvar $ax = b$ pro $a \neq 0$, pak se nazývá lineární rovnice (rovnice prvního stupně).

Postup řešení vedoucí k určení kořenů rovnice můžeme rozdělit na tři fáze:

V první fázi zjednodušujeme zadanou rovnici pomocí ekvivalentních úprav, které nemění kořeny rovnice.

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Jestliže se dá daná rovnice převést na tvar $ax = b$ pro $a \neq 0$, pak se nazývá lineární rovnice (rovnice prvního stupně).

Postup řešení vedoucí k určení kořenů rovnice můžeme rozdělit na tři fáze:

V první fázi zjednodušujeme zadanou rovnici pomocí ekvivalentních úprav, které nemění kořeny rovnice. Nejčastěji používáme přičtení nebo odečtení téhož čísla na obou stranách rovnice a násobení obou stran rovnice číslem různým od nuly.

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Jestliže se dá daná rovnice převést na tvar $ax = b$ pro $a \neq 0$, pak se nazývá lineární rovnice (rovnice prvního stupně).

Postup řešení vedoucí k určení kořenů rovnice můžeme rozdělit na tři fáze:

V první fázi zjednodušujeme zadanou rovnici pomocí ekvivalentních úprav, které nemění kořeny rovnice. Nejčastěji používáme přičtení nebo odečtení téhož čísla na obou stranách rovnice a násobení obou stran rovnice číslem různým od nuly.

V druhé fázi určíme kořeny rovnice získané na konci první fáze. Pro lineární rovnici v základním tvaru $ax = b,\ a \neq 0$ je kořen $x = \frac{b}{a}$.

Rovnice je matematické vyjádření rovnosti dvou výrazů.

Například $V_1(x) = V_2(x)$, kde $V_1(x)$, $V_2(x)$ jsou výrazy obsahující neznámé číslo x, je rovnice pro tuto neznámou. Výraz $V_1(x)$ je levá strana a $V_2(x)$ pravá strana této rovnice.

Každé číslo x, pro které se hodnota levé strany rovnice rovná hodnotě její pravé strany, se nazývá kořen nebo řešení dané rovnice.

Jestliže se dá daná rovnice převést na tvar $ax = b$ pro $a \neq 0$, pak se nazývá lineární rovnice (rovnice prvního stupně).

Postup řešení vedoucí k určení kořenů rovnice můžeme rozdělit na tři fáze:

V první fázi zjednodušujeme zadanou rovnici pomocí ekvivalentních úprav, které nemění kořeny rovnice. Nejčastěji používáme přičtení nebo odečtení téhož čísla na obou stranách rovnice a násobení obou stran rovnice číslem různým od nuly.

V druhé fázi určíme kořeny rovnice získané na konci první fáze. Pro lineární rovnici v základním tvaru $ax = b,\ a \neq 0$ je kořen $x = \frac{b}{a}$.

Třetí fáze je zkouška, kterou provádíme tak, že nalezené číslo dosadíme do levé strany rovnice (dostaneme číslo L) i do pravé strany rovnice (dostaneme číslo P). Je-li L=P, je nalezené číslo skutečně kořen rovnice.

Řešení.

a) Rovnice $2x - 5 = \frac{x}{3}$ je ekvivalentní s rovnicí $3(2x - 5) = x$, neboť vznikne násobením obou stran rovnice třemi.

Řešení.

a) Rovnice $2x - 5 = \frac{x}{3}$ je ekvivalentní s rovnicí $3(2x - 5) = x$, neboť vznikne násobením obou stran rovnice třemi.

Po roznásobení máme $6x - 15 = x$.

Řešení.

a) Rovnice $2x - 5 = \frac{x}{3}$ je ekvivalentní s rovnicí $3(2x - 5) = x$, neboť vznikne násobením obou stran rovnice třemi.

Po roznásobení máme $6x - 15 = x$.

Nyní k oběma stranám přičteme $15 - x$ a dostaneme $6x - 15 + 15 - x = x + 15 - x$.

Řešení.

a) Rovnice $2x - 5 = \frac{x}{3}$ je ekvivalentní s rovnicí $3(2x - 5) = x$, neboť vznikne násobením obou stran rovnice třemi.

Po roznásobení máme $6x - 15 = x$.

Nyní k oběma stranám přičteme $15 - x$ a dostaneme $6x - 15 + 15 - x = x + 15 - x$.

Po sloučení máme $5x = 15$, čili $x = \frac{15}{5} = 3$.

Řešení.

a) Rovnice $2x - 5 = \frac{x}{3}$ je ekvivalentní s rovnicí $3(2x - 5) = x$, neboť vznikne násobením obou stran rovnice třemi.

Po roznásobení máme $6x - 15 = x$.

Nyní k oběma stranám přičteme $15 - x$ a dostaneme $6x - 15 + 15 - x = x + 15 - x$.

Po sloučení máme $5x = 15$, čili $x = \frac{15}{5} = 3$.

Zkouška: $L = 2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1,\ P = \frac{3}{3} = 1$, čili L=P, tzn. 3 je kořen rovnice.

b) Aby rovnice $1 + \frac{3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$ měla smysl, musí mít zlomky nenulové jmenovatele, tj. $x \neq -2$.

b) Aby rovnice $1 + \frac{3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$ měla smysl, musí mít zlomky nenulové jmenovatele, tj. $x \neq -2$.

Když rovnici násobíme výrazem $x + 2$, dostaneme $x + 2 + 3 = x - 1$. Po další úpravě $x - x = -1 - 5$, tj. $0 = -6$, což nejde, takže rovnice nemá řešení.

c) Úpravami rovnice $(x-2)(x+3)-4x+7=(x+1)^2-5x$ docházíme postupně k vztahům

$$x^2+3x-2x-6-4x+7 \quad = \quad x^2+2x+1-5x,$$

c) Úpravami rovnice $(x-2)(x+3)-4x+7=(x+1)^2-5x$ docházíme postupně k vztahům

$$\begin{aligned} x^2+3x-2x-6-4x+7 &= x^2+2x+1-5x, \\ x^2-3x+1 &= x^2-3x+1, \end{aligned}$$

c) Úpravami rovnice $(x-2)(x+3)-4x+7=(x+1)^2-5x$ docházíme postupně k vztahům

$$\begin{aligned} x^2+3x-2x-6-4x+7 &= x^2+2x+1-5x, \\ x^2-3x+1 &= x^2-3x+1, \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

c) Úpravami rovnice $(x-2)(x+3)-4x+7=(x+1)^2-5x$ docházíme postupně k vztahům

$$\begin{aligned} x^2+3x-2x-6-4x+7 &= x^2+2x+1-5x, \\ x^2-3x+1 &= x^2-3x+1, \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

Odtud plyne, že daná rovnice má nekonečně mnoho řešení. x může být libovolné reálné číslo.

Studijní opory pro vyrovnávací kurz z matematiky na FAST VUT vznikly v rámci projektu

Modernizace výuky na Fakultě stavební VUT v Brně v rámci bakalářských a magisterských studijních programů

registrační číslo: CZ.04.1.03/3.2.15.2/0292,

který byl spolufinancován z Evropského sociálního fondu a státního rozpočtu ČR prostřednictvím Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci operačního programu *Rozvoj lidských zdrojů*, opatření 3.3.

Oficiální definice ESF zní: *ESF napomáhá rozvoji zaměstnanosti podporou zaměstnatelnosti, podnikatelského ducha, rovných příležitostí a investicemi do lidských zdrojů.*